

Nome:

RA:

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1ª Questão: Determine a saída $y[n]$ (expressa como a soma ponderada de impulsos) do sistema discreto linear invariante no tempo cuja transformada Z da resposta ao impulso é dada por $H(z) = z^{-1} + z^{-2}$, $z \in \mathbb{C} - \{0\}$, para a entrada $x[n] = u[n-1] - u[n+1]$

$$-\delta[n] - 2\delta[n-1] - \delta[n-2]$$

2ª Questão: Classifique o sistema abaixo quanto à linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade.

$$y[n] = x[n]x[n-1]$$

não linear, invariante, causal e BIBO

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	



3ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(z)$ do sistema $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ dado por

$$v_1[n+1] = -5v_1[n] + 2v_2[n], \quad v_2[n+1] = -2v_1[n] - 5v_2[n] + x[n], \quad y[n] = v_1[n] + v_2[n]$$

$$H(z) = \frac{z+7}{z^2+10z+29}$$

b) Determine a saída forçada do sistema para a entrada $x[n] = 100 \cos(2n)\sin(3n)$

$$x[n] = 50(\sin(5n) + \sin(n)) \quad , \quad H(\exp(j)) = 0.215 \exp(-j0.157), \quad H(\exp(j5)) = 0.225 \exp(j0.185)$$

$$y_f[n] = 10.8\sin(n - 0.157) + 11.3\sin(5n + 0.185)$$

4ª Questão: A seqüência $x[n]$ tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{30z^2 + 12z}{(2z + 1)(3z + 1)}, \quad |z| > 0.5$$

Determine: a) $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] = 3.5$ b) $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k] = -1.04$

5ª Questão: Determine a convolução

$$(0.5\rho^{-n}u[n]) * (2\rho^{-n+1}nu[n])$$

$$H(z) = \frac{z^2}{(z - 1/\rho)^3}, \quad 0.5n(n+1)\rho^{-n+1}u[n]$$

6ª Questão: Determine a transformada Z inversa (isto é, a seqüência $x[n]$) de

$$X(z) = \frac{z^2}{(2z - 1)^3}, \quad |z| < 1/2 \quad x[n] = -\frac{1}{8}n(n+1)2^{-n}u[-n]$$

7ª Questão: A seqüência $x[n]$ tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{z(6z - 5)}{2(z - 1)(2z - 1)}, \quad |z| > 1$$

Determine:

a) $x[+\infty] = 0.5$ b) $x[0] = 1.5$ c) $x[1] = 1.0$

8ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta \mathbb{X} é

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{z}{(z^2 - 2)^2}, \quad |z| < \sqrt{2}$$

a) Determine a média de $\mathbb{X} = 5$

b) Determine as probabilidades $\Pr\{\mathbb{X} = 0\} = 0$, $\Pr\{\mathbb{X} = 1\} = 1/4$

9ª Questão: Considere o sinal

$$x[n] = \cos(3\pi n/2) + \sin(\pi n/3)$$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$ $N = 12$

b) Determine os coeficientes da série exponencial de Fourier de $x[n]$ (módulo e fase, com fase em radianos, com três algarismos significativos)

$$c_2 = 0.5 \exp(-j\pi/2) , c_{-2} = c_{10} = 0.5 \exp(j\pi/2) , c_9 = 0.5 , c_{-9} = c_3 = 0.5$$

c) Determine a potência média de $x[n] = 1$

10ª Questão: Determine os coeficientes c_0 , c_1 e c_2 (módulo e fase, com fase em radianos, com três algarismos significativos) da série exponencial de Fourier para o sinal periódico discreto dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k5] , p[n] = -\delta[n + 1] + \delta[n] + \delta[n - 1]$$

$$c_0 = 0.2 , c_1 = 0.43 \exp(-j1.09) , c_2 = 0.309 \exp(-j0.866)$$

Convolução: $x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k]$, $x[n] * \delta[n] = x[n]$, $x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$

SLIT

$$\Rightarrow y[n] = x[n] * h[n] , h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\} , y[n] = z^n * h[n] = H(z)z^n , H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$$

Resp. em frequência:

$$M(\omega) \exp(j\phi(\omega)) = H(z = \exp(j\omega)) , h[n] \text{ real} , x[n] = \cos(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega) \cos(\omega n + \phi(\omega))$$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a} , |z| > |a| , \mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \frac{z}{z-a} , |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z), z \in \Omega_x \Leftrightarrow \mathcal{Z}\{x[-n]\} = X(z^{-1}), z^{-1} \in \Omega_x , \mathcal{Z}\{x_1[n] * x_2[n]\} = \mathcal{Z}\{x_1[n]\} \mathcal{Z}\{x_2[n]\}$$

$$\mathcal{Z}\{n^m x[n]\} = \left(-z \frac{d}{dz}\right)^m X(z) , \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^m x[k] = \mathcal{Z}\{n^m x[n]\} \Big|_{z=1} , 1 \in \Omega_x , m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{Z}\{y[n] = x[n-m]u[n-m]\} = z^{-m} \mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} , m \in \mathbb{Z}_+ , \Omega_y = \Omega_x$$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m \left(\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k} \right) , m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\left\{ \binom{n}{m} a^{n-m} u[n] \right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}} , |z| > |a| , m \in \mathbb{N} , \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} , |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{ \binom{n+m}{m} a^n u[n] \right\} = (1-az^{-1})^{-(m+1)} = \frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}} , m \in \mathbb{N} , |z| > |a|$$

$$x[0] = \lim_{|z| \rightarrow +\infty} X(z) , \Omega_x \text{ exterior de um círculo} , x[+\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z) , |z| > \rho , 0 < \rho \leq 1$$

$$G_{\mathbb{X}}(z) = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \mathcal{Z}\{p[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pr\{\mathbb{X} = k\} z^k$$

$$\text{Seqüências } p[n] \text{ à direita do 0: } G_{\mathbb{X}}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} G_{\mathbb{X}}(z) \Big|_{z=0} z^n$$

$$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k kp[k] , \sigma_{\mathbb{X}}^2 = \mathcal{E}\{\mathbb{X}^2\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}^2 , \mathcal{E}\{\mathbb{X}^m\} = \left(\frac{zd}{dz}\right)^m \mathcal{Z}\{p[n]\} \Big|_{z=1}$$

$$\mathbb{X}, \mathbb{Y} \text{ var. aleatórias independentes} \Rightarrow \mathcal{E}\{z^{(\mathbb{X}+\mathbb{Y})}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} \mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\}$$

$$x[n] = \exp(j\beta n) \text{ periódica} \Leftrightarrow \beta = 2\pi \frac{p}{q} , p, q \in \mathbb{Z}$$

$$x[n] = \sum_{k \in \bar{N}} c_k \exp\left(jk \frac{2\pi}{N} n\right) , c_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} x[n] \exp\left(-jk \frac{2\pi}{N} n\right) , \bar{N} \text{ conj. de } N \text{ inteiros consecutivos}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k \in \bar{N}} |c_k|^2$$