Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

1ª Questão: Determine $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$, sendo $x(t)$ a transformada inversa de Fourier de

$$X(\omega) = j\omega G_2(\omega - 1) - j\omega G_2(\omega + 1)$$

$$\frac{1}{2\pi}\left(\frac{16}{3}\right) = \frac{8}{3\pi} \approx 0.849$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier de

$$x(t) = \frac{t^2 \exp(j10t)}{t^2 + 4}$$

$$X(\omega) = 2\pi\Big(\delta(\omega-10) - \exp(2\omega-20)u(-\omega+10) - \exp(-2\omega+20)u(\omega-10)\Big)$$

3ª Questão: Determine o valor da integral

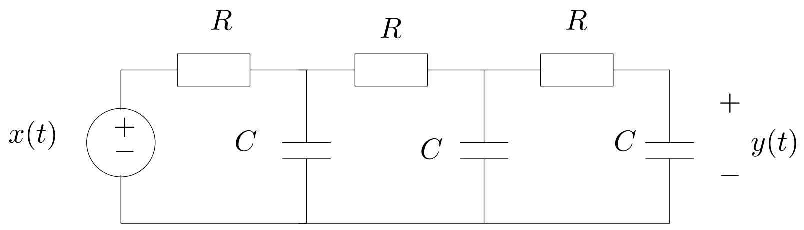
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Sa}^4(2t)dt = \frac{\pi}{3} \approx 1.05$$

4ª Questão: Determine a transformada inversa de Fourier de

$$X(\omega) = (\omega + 1)G_1(\omega + 0.5) + G_1(\omega - 0.5)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\Big(\frac{\exp(jt) - 1}{jt} + \frac{1}{jt} + \frac{1 - \exp(-jt)}{t^2}\Big) = \frac{1}{2\pi}\Big(\mathrm{Sa}(t/2)\exp(jt/2) + \frac{1 - \mathrm{Sa}(t/2)\exp(-jt/2)}{jt}\Big)$$

5ª Questão: Considere a função $x(t) = 100\text{sen}^2(5t)$ como entrada da associação em cascata de três circuitos RC mostrada na figura abaixo



Determine o valor máximo do intervalo T entre amostras para que a saída do circuito $y(t)$ seja recuperada sem erro a partir do sinal amostrado $y(kT)$.

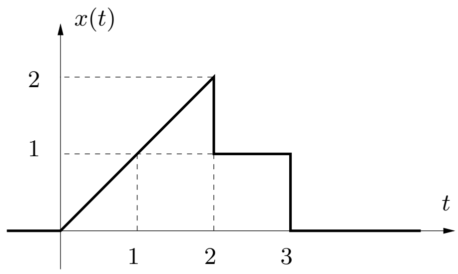
$$T < \pi/10 \approx 0.314$$

6ª Questão: Sabendo que a transformada de Fourier do sinal $x(t)$ é tal que $X(\omega) = 0$ para $|\omega| \geq \pi/3$, determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de $x_a(t)$ dado por

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k/2) \exp(-2|t - k/2|)$$

$$\frac{0.5 G_{4\pi}(\omega)}{4/(\omega^2 + 4)}$$

7ª Questão: Determine a transformada de Laplace do sinal $x(t)$ mostrado na figura abaixo.



$$\frac{1}{s^2}\Big(1 - \exp(-2s)\Big) - \frac{1}{s}\Big(\exp(-2s) + \exp(-3s)\Big)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 h(t) dt = 6$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo dado por

$$(p^2 + 2p + 1)y = x$$

9ª Questão: Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = (t^2 + 1)\exp(3t)u(-t)$$

$$X(s) = -\frac{s^2 - 6s + 11}{(s-3)^3} = \frac{-2}{(s-3)^3} + \frac{-1}{(s-3)} \quad , \quad \mathrm{Re}(s) < 3$$

10ª Questão: Determine os valores de L e C em função de ω_c e R para que o circuito descrito pela equação diferencial

$$\Big(p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC}\Big)y = \frac{1}{LC}x$$

seja um filtro de Butterworth de segunda ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^2 + \sqrt{2}\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c}$$

$$L = \frac{\sqrt{2}R}{\omega_c} \; , \; C = \frac{1}{\sqrt{2}R\omega_c}$$

Consulta

$$G_T(t) = u(t+T/2) - u(t-T/2) \ , \quad \mathrm{Tri}_{2T}(t) = \frac{1}{T} G_T(t) * G_T(t) \ , \quad x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\beta) y(t-\beta) d\beta$$

$$X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt \ , \qquad x(t) = \mathcal{F}^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} | x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} | X(\omega)|^2 d\omega \ , \qquad \mathcal{F}\{x(t)\} = X(\omega) \ \Leftrightarrow \ \mathcal{F}\{X(t)\} = 2\pi x(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{G_T(t)\} = T\mathrm{Sa}(\omega T/2) \ , \quad \mathrm{Sa}(x) = \frac{\mathrm{sen}(x)}{x} \ , \quad \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(\omega_0 t/2)\} = \frac{2\pi}{\omega_0} G_{\omega_0}(\omega) \ , \quad \mathcal{F}\{x(-t)\} = X(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1, \ \mathcal{F}\{1\} = 2\pi\delta(\omega), \ \mathcal{F}\{u(t)\} = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}, \ \mathcal{F}\Big\{\mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\beta) d\beta\Big\} = X(\omega)\Big(\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}\Big)$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{sinal}(t)\} = \frac{2}{j\omega}, \ \mathcal{F}\{\delta(t-a)\} = \exp(-j\omega a), \ \mathcal{F}\{x(t)\exp(j\omega_0 t)\} = X(\omega - \omega_0), \ \mathcal{F}\{x(t) * y(t)\} = X(\omega)Y(\omega)$$

$$\mathcal{F}\Big\{\frac{d}{dt} x(t)\Big\} = (j\omega) X(\omega) \ , \qquad \mathcal{F}\{x(t)y(t)\} = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * Y(\omega) \quad , \quad \mathcal{F}\{t^m x(t)\} = j^m \frac{d^m}{d\omega^m} X(\omega)$$

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \exp(-st) dt \ , \quad s \in \Omega_h \quad , \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = X(s)\Big|_{s=0, 0 \in \Omega_x}$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1, \ s \in \mathbb{C} \ , \ \mathcal{L}\{x(t) = x_1(t) * x_2(t)\} = \mathcal{L}\{x_1(t)\}\mathcal{L}\{x_2(t)\} \quad , \ \Omega_x = \Omega_{x_1} \cap \Omega_{x_2}$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = x(t-\tau)\} = X(s)\exp(-s\tau) \quad , \ \Omega_y = \Omega_x \quad , \ \mathcal{L}\{\exp(-at)u(t)\} = \frac{1}{s+a} \quad , \ \mathrm{Re}(s+a) > 0$$

$$\mathcal{L}\{\cos(\beta t)u(t)\} = \frac{s}{s^2 + \beta^2} \ , \ \mathrm{Re}(s) > 0 \quad , \quad \mathcal{L}\{\mathrm{sen}(\beta t)u(t)\} = \frac{\beta}{s^2 + \beta^2} \ , \ \mathrm{Re}(s) > 0$$

$$\mathcal{L}\Big\{y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\beta) u(\beta) d\beta\Big\} = \frac{1}{s}\mathcal{L}\{x(t)\} \ , \ \Omega_y \supset \Omega_x \cap \{s \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(s) > 0\}$$

$$\mathcal{L}\Big\{\frac{t^m}{m!} u(t)\Big\} = \frac{1}{s^{m+1}} \ , \ \mathrm{Re}(s) > 0 \ , \ m \in \mathbb{N} \quad , \ \mathcal{L}\{x(-t)\} = X(-s) \quad , \quad -s \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = \exp(-at)x(t)\} = X(s+a) \quad ; \quad \Omega_y = (s+a) \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = t^m x(t)\} = (-1)^m \frac{d^m X(s)}{ds^m} \ , \ \Omega_y = \Omega_x \ , \ m \in \mathbb{N} \quad , \ \mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = sX(s) \ , \ \Omega_{\dot{x}} \supset \Omega_x$$