Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

1ª Questão: Determine a saída $y[n]$ (expressa como a soma ponderada de impulsos) do sistema discreto linear invariante no tempo cuja transformada Z da resposta ao impulso é dada por $H(z) = 1+z^{-1}$, $z \in \mathbb{C}-\{0\}$, para a entrada $x[n] = u[n+1]-u[n-1]$

$$(\delta[n] + \delta[n-1]) * (\delta[n+1] + \delta[n]) = \delta[n+1] + 2\delta[n] + \delta[n-1]$$

2ª Questão: Classifique o sistema abaixo quanto à linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade.

$$y[n] = n \sum_{k=1}^{+3} kx[n+k]$$

Linear, variante, não causal e não BIBO

3ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(z)$ do sistema $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ dado por

$$v_1[n+1] = -2v_1[n] + 5v_2[n] \ , \ v_2[n+1] = -5v_1[n] - 2v_2[n] + x[n] \ , \ y[n] = v_1[n] + v_2[n]$$

$$H(z) = \frac{z+7}{z^2+4z+29}$$

b) Determine a saída forçada do sistema para a entrada $x[n] = 100\cos^2(3n)$

$$H(1) = 0.235 \ , \ H(\exp(j6)) = 0.236\exp(j0.0140) \ \ , \ \ y[n] = 11.8 + 11.8\cos(6n + 0.0140)$$

$4^{\underline{a}}$ **Questão:** A seqüência $x[n]$ tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{12z^2 + 5z}{(2z+1)(3z+1)} \quad , \quad |z| > 0.5$$

Determine: a) $\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \quad = 1.42$ b) $\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k] \quad = -0.410$

$5^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a convolução de $0.5\rho^{-n}u[n]$ com a seqüência cuja transformada Z é dada por

$$\frac{z}{(\rho z - 1)^2} \quad , \quad |z| > |1/\rho|$$

$$\frac{0.5\rho z^2}{(\rho z - 1)^3} \quad , \quad 0.25n(n+1)\rho^{-n-1}u[n]$$

$6^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a transformada Z inversa (isto é, a seqüência $x[n]$) de

$$X(z) = \frac{z^2}{(z-2)^3} \quad , \quad |z| < 2 \Rightarrow x[n] = -n(n+1)2^{n-2}u[-n] = -0.25n(n=1)2^n u[-n]$$

$7^{\underline{a}}$ **Questão:** A seqüência $x[n]$ tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{20z^2 - 19z}{4(z-1)(4z-3)} \quad , \quad |z| > 1$$

Determine:

a) $x[+\infty] \quad = 1/4$ b) $x[0] = 20/16 = 5/4$ c) $x[1] = 1$

$8^{\underline{a}}$ **Questão:** A transformada Z da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ é

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{z^2}{(z^2-2)^2} \quad , \quad |z| < \sqrt{2}$$

a) Determine a média de $\mathbb{X} \quad = 6$

b) Determine as probabilidades: $\Pr\{\mathbb{X} = 0\} \quad = 0, \qquad \Pr\{\mathbb{X} = 1\} \quad = 0$

9ª Questão: Considere o sinal

$$x[n] = \cos^2(\pi n/4) + \exp(j5\pi n/6)$$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$ N=12

b) Determine os coeficientes da série exponencial de Fourier de $x[n]$ (módulo e fase, com fase em radianos, com três algarismos significativos)

$$c_0 = 0.5\ ,\ c_3 = 0.25, c_{-3} = c_9 = 0.25, c_5 = 1$$

c) Determine a potência média de $x[n] = 1.375 = 11/8$

10ª Questão: Determine os coeficientes c_0, c_1 e c_2 (módulo e fase, com fase em radianos, com três algarismos significativos) da série exponencial de Fourier para o sinal periódico discreto dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k3]\ ,\ p[n] = q[n] + q[-n]\ ,\ q[n] = \delta[n+1] + \delta[n]$$

$$c_k = \frac{1}{3}\left(\exp(jk2\pi/3) + 2 + \exp(-jk2\pi/3)\right)\ ,\ c_{-1} = 1/3, c_0 = 4/3, c_1 = 1/3$$

Convolução: $x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k]$, $x[n] * \delta[n] = x[n]$, $x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$

SLIT

$\Rightarrow\ y[n] = x[n]{*}h[n]$, $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$, $y[n] = z^n{*}h[n] = H(z)z^n$, $H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$

Resp. em freqüência:
$M(\omega)\exp(j\phi(\omega)) = H(z=\exp(j\omega))$, $h[n]$ real , $x[n] = \cos(\omega n)$ $\Rightarrow$ $y[n] = M(\omega)\cos(\omega n + \phi(\omega))$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a}\ ,\ |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \frac{z}{z-a}\ ,\ |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z), z \in \Omega_x \ \Leftrightarrow\ \mathcal{Z}\{x[-n]\} = X(z^{-1}), z^{-1} \in \Omega_x \quad , \quad \mathcal{Z}\{x_1[n] * x_2[n]\} = \mathcal{Z}\{x_1[n]\}\mathcal{Z}\{x_2[n]\}$$

$$\mathcal{Z}\{n^m x[n]\} = \left(-z\frac{d}{dz}\right)^m X(z) \quad , \quad \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^m x[k] = \mathcal{Z}\{n^m x[n]\}\Big|_{z=1}\ ,\ 1 \in \Omega_x\ ,\ m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{Z}\{y[n] = x[n-m]u[n-m]\} = z^{-m}\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+\ ,\ \Omega_y = \Omega_x$$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m\Big(\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k}\Big)\ ,\ m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n}{m} a^{n-m}u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}}\ ,\ |z| > |a|\ ,\ m \in \mathbb{N} \quad , \quad \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2}\ ,\ |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n+m}{m} a^n u[n]\right\} = (1 - az^{-1})^{-(m+1)} = \frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}}\ ,\ m \in \mathbb{N}\ ,\ |z| > |a|$$

$x[0] = \lim_{|z|\to+\infty} X(z)$, Ω_x exterior de um círculo , $x[+\infty] = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z)$, $|z| > \rho$, $0 < \rho \leq 1$

$$G_{\mathbb{X}}(z) = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \mathcal{Z}\{p[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pr\{\mathbb{X} = k\}z^k$$

Seqüências $p[n]$ à direita do 0: $G_{\mathbb{X}}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}\frac{d^n}{dz^n}G_{\mathbb{X}}(z)\Big|_{z=0} z^n$

$$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k kp[k] \quad , \quad \sigma_{\mathbb{X}}^2 = \mathcal{E}\{\mathbb{X}^2\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}^2 \quad , \quad \mathcal{E}\{\mathbb{X}^m\} = \left(\frac{zd}{dz}\right)^m \mathcal{Z}\{p[n]\}\Big|_{z=1}$$

$\mathbb{X}$, $\mathbb{Y}$ var. aleatórias independentes $\Rightarrow$ $\mathcal{E}\{z^{(\mathbb{X}+\mathbb{Y})}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\}$

$x[n] = \exp(j\beta n)$ periódica $\Leftrightarrow$ $\beta = 2\pi\frac{p}{q}$, $p, q \in \mathbb{Z}$

$x[n] = \sum_{k\in\bar{N}} c_k \exp\Big(jk\frac{2\pi}{N}n\Big)$, $c_k = \frac{1}{N}\sum_{n\in\bar{N}} x[n]\exp\Big(-jk\frac{2\pi}{N}n\Big)$, $\bar{N}$ conj. de N inteiros consecutivos

$$\frac{1}{N}\sum_{n\in\bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k\in\bar{N}} |c_k|^2$$