

Nome: .....

RA: .....

**Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.**

**1ª Questão:** Determine o valor das integrais

$$a) \int_{-\infty}^{+\infty} (6 - t^2)\delta(t + 2)dt = 2$$

$$b) \int_{-\infty}^{+\infty} (6 - t^2)\delta(2t + 4)dt = 1$$

**2ª Questão:** a) Determine a resposta ao impulso do sistema

$$y(t) = \exp(t) \int_{t-2}^{t+2} x(\beta - 1) \exp(\beta - 1) d\beta$$

$$h(t) = \exp(t)G_4(t - 1) = \exp(t)(u(t + 1) - u(t - 3))$$

b) Classifique quanto à: linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade.

Linear, variante, não causal e não BIBO estável.

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	



**3ª Questão:** a) Determine a função de transferência  $H(s)$  do sistema causal  $y(t) = \mathcal{G}\{x(t)\}$  dado por

$$(p^2 + 5p + 1)y(t) = (p + 2)x(t) \quad , \quad p = \frac{d}{dt}$$

$$H(s) = \frac{s + 2}{s^2 + 5s + 1}$$

b) Determine a saída forçada do sistema para a entrada  $x(t) = 100 \cos(3t)\text{sen}(5t)$

$$x(t) = 50(\text{sen}(2t) + \text{sen}(8t))$$

$$H(j8) = 0.111 \exp(-j1.25) \quad , \quad H(j2) = 0.271 \exp(-j1.08) \quad y_f(t) = 5.53\text{sen}(8t - 1.25) + 13.5\text{sen}(2t - 1.08)$$

**4ª Questão:** Esboce  $x(t) = tG_2(t-1) + G_1(t-2.5)$  e  $x(-t+2)$ . Obs.:  $G_T(t) = u(t+T/2) - u(t-T/2)$

$$x(-t+2) = G_1(t+0.5) + (2-t)G_2(t-1)$$

**5ª Questão:** Esboce a convolução  $x(t) * y(t)$  para

$$x(t) = G_2(t+1) - G_1(t-0.5) \quad , \quad y(t) = G_2(t)$$

$$x(t) * y(t) = (3+t)G_2(t+2) + (-2t)G_1(t+0.5) + (-t)G_1(t-0.5) + (-2+t)G_1(t-1.5)$$

**6ª Questão:** Determine (e esboce) usando o procedimento de Gram-Schmidt  $g_1(t)$  e  $g_2(t)$  ortogonais que gerem o mesmo espaço que as funções  $\{f_1(t), f_2(t)\}$  dadas por

$$f_1(t) = G_2(t-1) \quad , \quad f_2(t) = G_2(t-2)$$

$$g_1(t) = f_1(t) \quad , \quad g_2(t) = f_2(t) - \frac{1}{2}g_1(t)$$

**7ª Questão:** Determine  $\alpha$  e  $\beta$  que minimizam o erro médio quadrático da representação da função  $x(t) = (t-1)^2 G_2(t-1)$  na base formada pelas funções  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , com

$$x(t) = \alpha f_1(t) + \beta f_2(t) + \epsilon(t) \quad , \quad f_1(t) = (1-t)G_2(t-1) \quad , \quad f_2(t) = G_2(t-1)$$

$$\alpha = 0 \quad , \quad \beta = 1/3$$

**8ª Questão:** Determine o período fundamental  $T$  e os coeficientes  $c_k$  da série exponencial do sinal  $x(t) = \text{sen}^2(\pi t/4) + \text{cos}^2(\pi t/6)$

$$x(t) = 1 - \frac{1}{4} \exp(j\pi t/2) - \frac{1}{4} \exp(-j\pi t/2) + \frac{1}{4} \exp(j\pi t/3) + \frac{1}{4} \exp(-j\pi t/3) \quad , \quad T = 12 \quad , \quad \omega_0 = \pi/6$$

$$c_0 = 1 \quad , \quad c_3 = c_{-3} = -\frac{1}{4} \quad , \quad c_2 = c_{-2} = \frac{1}{4}$$

**9ª Questão:** Determine a potência média do sinal  $x(t) = 1 + \text{sen}^2(3\pi t)$

$$\text{pot. média} = 19/8 = 2.375$$

**10ª Questão:** Determine os coeficientes  $c_0$  e  $c_1$  da série exponencial de Fourier de

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t - k5\pi) \quad , \quad p(t) = f(t) + f(-t) \quad , \quad f(t) = (1-t)G_1(t-0.5)$$

$$c_0 = \frac{1}{5\pi} \cong 0.0637 \quad , \quad c_k = \frac{5}{4\pi k^2} (2 - \exp(j2k/5) - \exp(-j2k/5)) \quad , \quad c_1 = 0.0628$$

### Consulta

$$G_T(t) = u(t + T/2) - u(t - T/2)$$

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}u(t), \quad u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\beta)d\beta, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\beta)x_2(t - \beta)d\beta, \quad x(t) * \delta(t) = x(t), \quad x(t) * u(t) = \mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^t x(\beta)d\beta$$

$$\mathcal{I}_{x*y}(t) = x(t) * \mathcal{I}_y(t) = \mathcal{I}_x(t) * y(t) = u(t) * x(t) * y(t), \quad \frac{d}{dt}(x(t) * y(t)) = \dot{x}(t) * y(t) = x(t) * \dot{y}(t)$$

$$\mathcal{L}\{\exp(-at)u(t)\} = \frac{1}{s+a}, \quad \text{Re}(s+a) > 0$$

$$\text{Sinais ortogonais: } \langle x(t)y^*(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)dt = 0, \quad \text{Projeção ortogonal: } \langle \epsilon(t)g_k^*(t) \rangle = 0, \quad \forall k$$

Gram-Schmidt

$$g_1(t) = f_1(t); \quad g_k(t) = f_k(t) - \sum_{\ell=1}^{k-1} \frac{\langle f_k(t)g_\ell(t) \rangle}{\langle g_\ell^2(t) \rangle} g_\ell(t), \quad k = 2, \dots, n$$

Série de Fourier

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \exp(jk\omega_0 t) \Leftrightarrow c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) \exp(-jk\omega_0 t) dt, \quad \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2$$

$$\mathcal{F}_S\{x(t)\}_T = \{c_k\}_{\omega_0} \Rightarrow c_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt \quad (\text{valor médio}), \quad x(0) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k$$

$$\mathcal{F}_S\left\{\frac{d}{dt}x(t)\right\}_T = \{jk\omega_0 c_k\}_{\omega_0}, \quad \mathcal{F}_S\left\{\int_{-\infty}^t x(\beta)d\beta\right\}_T = \left\{\frac{1}{jk\omega_0}c_k\right\}_{\omega_0} \quad (x(t) \text{ com valor médio } 0)$$

$$x(t) \text{ real:} \quad x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \text{sen}(k\omega_0 t))$$

$$a_0 = c_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt, \quad a_k = (c_k + c_{-k}) = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos(k\omega_0 t) dt, \quad b_k = j(c_k - c_{-k}) = \frac{2}{T} \int_T x(t) \text{sen}(k\omega_0 t) dt$$