

Nome: .....

RA: .....

**Obs.:** Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

**1ª Questão:** Determine a transformada de Fourier de

$$x(t) = (1 - \exp(t))G_2(t - 1)$$

**2ª Questão:** Determine a transformada de Fourier  $\mathcal{F}\{t \text{Sa}^2(4t)\}$

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

**3ª Questão:** Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt, \quad x(t) = \frac{d}{dt}y(t), \quad \mathcal{F}\{y(t)\} = \omega G_2(\omega - 1)$$

**4ª Questão:** Determine a transformada inversa de Fourier do sinal  $X(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Sa}^2(\omega)$

**5ª Questão:** a) Determine o valor máximo do intervalo  $T$  entre amostras para que o sinal  $x(t)$  seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado  $x(kT)$ , sabendo que  $X(\omega) = W(\omega) * W(\omega)$  e que a máxima frequência de  $W(\omega)$  é  $\pi/4$  rad/s.

b) Considere  $x(t)$  um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é  $\pi/2$  rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal  $x(t)$  sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) \text{Tri}_2(t - k)$$



**6ª Questão:** Determine a transformada de Laplace de

$$x(t) = \exp(2t)G_4(t - 1)$$



**7ª Questão:** Determine a transformada inversa de Laplace de

$$\frac{2}{(s-1)^2} + \frac{5}{(s+3)^3}, \quad -3 < \text{Re}(s) < 1$$



8ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 h(t) dt$$

sendo  $h(t)$  a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo dado por

$$(p^2 + 5p + 1)y = (p + 1)x$$

9ª Questão: Determine a transformada de Laplace (com o domínio de convergência) de

$$x(t) = (t^2 - 2) \exp(2t)u(-t)$$

10ª Questão: Determine  $L_1$  e  $C_2$  e  $L_3$  (em função de  $R$  e  $\omega_c$ ) para que o sistema descrito pela equação diferencial

$$(p^3 L_1 C_2 L_3 + p^2 L_1 C_2 R + p(L_1 + L_3) + R)y = Rx$$

seja um filtro de Butterworth de terceira ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)}, \quad D(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1, \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c}, \quad R \text{ e } \omega_c \text{ dados}$$

## Consulta

$$G_T(t) = u(t + T/2) - u(t - T/2), \quad \text{Tri}_{2T}(t) = \frac{1}{T} G_T(t) * G_T(t), \quad x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\beta) y(t - \beta) d\beta$$

$$X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt, \quad x(t) = \mathcal{F}^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega, \quad \mathcal{F}\{x(t)\} = X(\omega) \Leftrightarrow \mathcal{F}\{X(t)\} = 2\pi x(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{G_T(t)\} = T \text{Sa}(\omega T/2), \quad \text{Sa}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x}, \quad \mathcal{F}\{\text{Sa}(\omega_0 t/2)\} = \frac{2\pi}{\omega_0} G_{\omega_0}(\omega), \quad \mathcal{F}\{\text{Sa}^2(\omega_0 t/2)\} = \frac{2\pi}{\omega_0} \text{Tri}_{2\omega_0}(\omega)$$

$$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1, \quad \mathcal{F}\{1\} = 2\pi\delta(\omega), \quad \mathcal{F}\{u(t)\} = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}, \quad \mathcal{F}\left\{\mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^t x(\beta) d\beta\right\} = X(\omega) \left(\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}\right)$$

$$\mathcal{F}\{\exp(-a|t|)\} = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}, \quad a > 0, \quad \mathcal{F}\{\text{sinal}(t)\} = \frac{2}{j\omega}, \quad \mathcal{F}\{x(t - \tau)\} = X(\omega) \exp(-j\omega\tau), \quad \mathcal{F}\{x(-t)\} = X(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{\delta(t - \tau)\} = \exp(-j\omega\tau), \quad \mathcal{F}\{x(t) \exp(j\omega_0 t)\} = X(\omega - \omega_0), \quad \mathcal{F}\{x(t) * y(t)\} = X(\omega) Y(\omega)$$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{d}{dt}x(t)\right\} = (j\omega)X(\omega), \quad \mathcal{F}\{x(t)y(t)\} = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * Y(\omega), \quad \mathcal{F}\{t^m x(t)\} = j^m \frac{d^m}{d\omega^m} X(\omega)$$

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \exp(-st) dt, \quad s \in \Omega_h, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = X(s) \Big|_{s=0}, \quad 0 \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1, \quad s \in \mathbb{C}, \quad \mathcal{L}\{x(t) = x_1(t) * x_2(t)\} = \mathcal{L}\{x_1(t)\} \mathcal{L}\{x_2(t)\}, \quad \Omega_x = \Omega_{x_1} \cap \Omega_{x_2}$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = x(t - \tau)\} = X(s) \exp(-s\tau), \quad \Omega_y = \Omega_x, \quad \mathcal{L}\{\exp(-at)u(t)\} = \frac{1}{s + a}, \quad \text{Re}(s + a) > 0$$

$$\mathcal{L}\{\exp(-\alpha t) \cos(\beta t) u(t)\} = \frac{(s + \alpha)}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}, \quad \mathcal{L}\{\exp(-\alpha t) \text{sen}(\beta t) u(t)\} = \frac{\beta}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}, \quad \text{Re}(s + \alpha) > 0$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{t^m}{m!} \exp(-at) u(t)\right\} = \frac{1}{(s + a)^{m+1}}, \quad \text{Re}(s + a) > 0, \quad m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{L}\left\{y(t) = \int_{-\infty}^t x(\beta) u(\beta) d\beta\right\} = \frac{1}{s} \mathcal{L}\{x(t)\}, \quad \Omega_y \supset \Omega_x \cap \{s \in \mathbb{C} : \text{Re}(s) > 0\}$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{t^m}{m!} u(t)\right\} = \frac{1}{s^{m+1}}, \quad \text{Re}(s) > 0, \quad m \in \mathbb{N}, \quad \mathcal{L}\{x(-t)\} = X(-s), \quad -s \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = \exp(-at)x(t)\} = X(s + a), \quad \Omega_y = (s + a) \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = t^m x(t)\} = (-1)^m \frac{d^m X(s)}{ds^m}, \quad \Omega_y = \Omega_x, \quad m \in \mathbb{N}, \quad \mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = sX(s), \quad \Omega_{\dot{x}} \supset \Omega_x$$