1ª **Questão:** Determine a transformada de Fourier de

$$x(t) = (1 - \exp(t))G_2(t-1)$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} (1-\exp(t))G_2(t-1)\exp(-j\omega t)dt = -\frac{1}{j\omega}(\exp(-j2\omega)-1) - \frac{\exp(2-j2\omega)-1}{1-j\omega}$$

$$\mathcal{F}\{G_2(t)\} = 2\mathrm{Sa}(\omega), \quad \mathcal{F}\{\exp(j\omega_0 t)G_2(t)\} = 2\mathrm{Sa}(\omega-\omega_0)$$

$$X(\omega) = 2\mathrm{Sa}(\omega)\exp(-j\omega) - 2\mathrm{Sa}(\omega+j)\exp(1-j\omega)$$

2ª **Questão:** Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\{t\,\mathrm{Sa}^2(4t)\}$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(4t)\} = \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(4t)\mathrm{Sa}(4t)\} = \frac{1}{2\pi}(\frac{\pi}{4}G_8(\omega)) * (\frac{\pi}{4}G_8(\omega)) = \frac{\pi}{4}(\mathrm{Tri}_{16}(\omega))$$

$$\mathcal{F}\{t\mathrm{Sa}^2(4t)\} = j\frac{d}{d\omega}\frac{\pi}{4}(\mathrm{Tri}_{16}(\omega)) = j\frac{\pi}{4}(\frac{1}{8}G_8(\omega+4) - \frac{1}{8}G_8(\omega-4)) = \frac{j\pi}{32}(u(\omega+8) - 2u(\omega) + u(\omega-8))$$

3ª **Questão:** Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \ , \quad x(t) = \frac{d}{dt}y(t) \ , \quad \mathcal{F}\{y(t)\} = \omega G_2(\omega-1)$$

$$X(\omega) = (j\omega)\mathcal{F}\{y(t)\} = (j\omega)\omega G_2(\omega-1)$$

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_0^2 \omega^4 d\omega = \frac{16}{5\pi}$$

4ª **Questão:** Determine a transformada inversa de Fourier do sinal $X(\omega) = \dfrac{1}{\pi}\mathrm{Sa}^2(\omega)$

$$\mathcal{F}\{X(t)\} = 2\pi x(-\omega) = \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(t)\} = \mathrm{Tri}_4(\omega), \ x(t) = \frac{1}{2\pi}\mathrm{Tri}_4(t)$$

5ª **Questão:** a) Determine o valor máximo do intervalo T entre amostras para que o sinal $x(t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$, sabendo que $X(\omega) = W(\omega) * W(\omega)$ e que a máxima frequência de $W(\omega)$ é $\pi/4$ rad/s.

$$\omega_M = \pi/2 \quad \Rightarrow \quad B = 1/4 \ \ , \ \ T < 2$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/2$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\mathrm{Tri}_2(t-k)$$

$$T = 1 \ , \ H(j\omega) = \frac{G_{2\pi}(\omega)}{P(\omega)} \quad , \quad P(\omega) = \mathcal{F}\{\mathrm{Tri}_2(t)\} = \mathrm{Sa}^2(\omega/2)$$

6ª **Questão:** Determine a transformada de Laplace de

$$x(t) = \exp(2t)G_4(t-1)$$

$$X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(2t)G_4(t-1)\exp(-st)dt = \frac{\exp(6-3s) - \exp(s-2)}{2-s}, \quad \Omega_x = \mathbb{C}$$

$$\mathcal{L}\{G_4(t)\} = \frac{1}{s}(\exp(2s) - \exp(-2s)), \quad \mathcal{L}\{\exp(2t)G_4(t)\} = \frac{1}{s-2}(\exp(2s-4) - \exp(-2s+4))$$

$$\exp(2t)G_4(t-1) = \exp(2(t-1))G_4(t-1)\exp(2)$$

$$\mathcal{L}\{\exp(2t)G_4(t-1)\} = \exp(2)\frac{1}{s-2}(\exp(2s-4) - \exp(-2s+4))\exp(-s)$$

7$^{\underline{a}}$ Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$\frac{2}{(s-1)^2} + \frac{5}{(s+3)^3}, \quad -3 < \mathrm{Re}(s) < 1$$

$$5\frac{t^2}{2}\exp(-3t)u(t) - 2t\exp(t)u(-t)$$

8$^{\underline{a}}$ Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 h(t)dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo dado por

$$(p^2 + 5p + 1)y = (p+1)x$$

$$H(s) = \frac{s+1}{s^2+5s+1}, \quad I = \frac{d^2}{ds^2}H(s)\Big|_{s=0} = 38$$

9$^{\underline{a}}$ Questão: Determine a transformada de Laplace (com o domínio de convergência) de

$$x(t) = (t^2 - 2)\exp(2t)u(-t)$$

$$X(s) = \frac{2}{s-2} - \frac{2}{(s-2)^3}, \quad \mathrm{Re}(s) < 2$$

10$^{\underline{a}}$ Questão: Determine L_1 e C_2 e L_3 (em função de R e ω_c) para que o sistema descrito pela equação diferencial

$$(p^3L_1C_2L_3 + p^2L_1C_2R + p(L_1+L_3) + R)y = Rx$$

seja um filtro de Butterworth de terceira ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad R \text{ e } \omega_c \text{ dados}$$

$$H(s) = \frac{R/(L_1C_2L_3)}{s^3 + (R/L_3)s^2 + (L_1+L_3)/(L_1C_2L_3)s + R/(L_1C_2L_3)} = \frac{\omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

$$L_3 = \frac{R}{2\omega_c}, \quad L_1 = \frac{3R}{2\omega_c}, \quad C_2 = \frac{4}{3R\omega_c}$$