1ª Questão: Determine a transformada de Fourier
$X(\omega) = \mathcal{F}\{\exp(j3t)\mathrm{Sa}^2(t-3)\}$, sendo

$$\mathrm{Sa}(x) = \frac{\mathrm{sen}(x)}{x}$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(t)\} = \pi \mathrm{Tri}_4(\omega), \quad \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(t-3)\} = \pi \mathrm{Tri}_4(\omega)\exp(-3j\omega)$$

$$\mathcal{F}\{\exp(j3t)\mathrm{Sa}^2(t-3)\} = \pi \mathrm{Tri}_4(\omega-3)\exp\big(-3j(\omega-3)\big)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\{t\exp(-|t|)\}$

$$\mathcal{F}\{\exp(-|t|)\} = \frac{2}{\omega^2+1}, \quad \mathcal{F}\{t\exp(-|t|)\} = j\frac{d}{d\omega}\left(\frac{2}{\omega^2+1}\right) = \frac{-j4\omega}{(\omega^2+1)^2}$$

3ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Sa}(2t)x(t)dt, \quad \mathcal{F}\{x(t)\} = \left(\frac{16-\omega^2}{4}\right)G_8(\omega)$$

$$I = \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(2t)x(t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(2t)\} * \mathcal{F}\{x(t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}G_4(\omega)\right) * \left(\frac{16-\omega^2}{4}\right)G_8(\omega)\Big|_{\omega=0}$$

$$I = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} G_4(\beta)\left(\frac{16-\beta^2}{4}\right)G_8(-\beta)d\beta = \frac{1}{4}\int_{-2}^{2}\left(\frac{16-\beta^2}{4}\right)d\beta = \frac{11}{3}$$

4ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Fourier é dada por
$X(\omega) = (\omega+2)G_2(\omega+1)$

$$\mathcal{F}\{X(t)\} = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{\exp(2j\omega)-1}{j\omega} - 2\right) = 2\pi x(-\omega)$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{jt}\left(2 - \frac{1-\exp(-j2t)}{jt}\right)$$

5ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t) = \mathrm{Sa}^2(5t)\mathrm{Sa}^2(4t)\mathrm{Sa}^2(3t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$.

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi}(\pi/5\mathrm{Tri}_{20}(\omega)) * (\pi/4\mathrm{Tri}_{16}(\omega)) * (\pi/3\mathrm{Tri}_{12}(\omega)), \quad \omega_M = 48/2 = 24 \ \Rightarrow \ B = 12/\pi \ , \ T < \pi/24$$

b)Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/10$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k5)p(t-k5), \quad p(t) = \mathrm{Tri}_2(t)$$

$$T = 5 \ , \ \omega_0 = 2\pi/5, \quad H(j\omega) = \frac{5G_{2\pi/5}(\omega)}{\mathrm{Sa}^2(\omega/2)}$$

$6^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a transformada de Laplace com o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = -2t\exp(3t)u(-t) + 3t\exp(-2t)u(t)$$

$$x(t) = \underbrace{-2t\exp(3t)u(-t)}_{x_1(t)} + \underbrace{3t\exp(-2t)u(t)}_{x_2(t)}$$

$$y_1(t) = x_1(-t) = 2t\exp(-3t)u(t), \quad Y_1(s) = \frac{2}{(s+3)^2}, \ \text{Re}(s) > -3, \qquad X_1(s) = \frac{2}{(s-3)^2}, \ \text{Re}(s) < 3$$

$$X(s) = X_1(s) + X_2(s) = \frac{2}{(s-3)^2} + \frac{3}{(s+2)^2}, \quad -2 < \text{Re}(s) < 3$$

$7^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{7s+17}{(s+2)(s+3)} \quad , \quad \text{Re}(s) < -3$$

$$X(s) = \frac{7s+17}{(s+2)(s+3)} = \frac{3}{s+2} + \frac{4}{s+3}, \quad x(t) = (-3\exp(-2t) - 4\exp(-3t))\, u(-t)$$

$8^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo dada por

$$h(t) = 5t\exp(-4t)\ \text{sen}(t)u(t)$$

$$H(s) = -\frac{d}{ds}\frac{5}{s^2+8s+17} = \frac{10s+40}{(s^2+8s+17)^2}, \quad I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = \frac{30s^2+240s+470}{(s^2+8s+17)^3}\Big|_{s=0} = \frac{470}{17^3}$$

$9^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = G_1(t-0.5) + (2-t)G_1(t-1.5)$$

$$X(s) = \frac{1}{s}\left(\frac{1}{s}\big(-\exp(-s) + \exp(-2s)\big) + 1\right), \quad \text{Re}(s) > 0$$

$10^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine L_1 e C_2 e L_3 (em função de R e ω_c) para que o sistema descrito pela equação diferencial

$$(p^3L_1C_2L_3 + p^2 2L_1C_2R + p(L_1+L_3) + 2R)y = 2Rx$$

seja um filtro de Butterworth de terceira ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad R \text{ e } \omega_c \text{ dados}$$

$$H(s) = \frac{R/(3L_1C_2L_3)}{s^3 + (R/(3L_3))s^2 + ((L_1+3L_3)/(3L_1C_2L_3))s + R/(3L_1C_2L_3)} = \frac{\omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

$$L_3 = \frac{R}{\omega_c}, \quad L_1 = \frac{3R}{\omega_c}, \quad C_2 = \frac{2}{3R\omega_c}$$