Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

1ª Questão: Considere o sinal discreto $x[n] = 2(u[n+1] - u[n-2])$
a) Esboce $x[3-n]$
b) Escreva $y[n] = x[3-n]$ como a soma de um sinal par $y_p[n]$ mais um sinal ímpar $y_i[n]$
c) Esboce $y_p[n]$ e $y_i[n]$

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

2ª Questão: Considere o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$y[n] = x[n] * (\rho^{-n} u[n]), \quad 0 < \rho < 1$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a:
a) BIBO-estável ou não BIBO-estável; b) causal ou não causal

3ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo causal dado por

$$y[n+1] + 3y[n] = 3x[n+1]$$

b) Determine a solução forçada para a entrada $x[n] = (2^n) \times (3^n)$

4ª Questão: A seqüência $x[n]$ vale zero para $n < 0$ e tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{14z^2 - 9z}{2z^2 - 3z + 1} = \frac{14z^2 - 9z}{(z-1)(2z-1)}, \quad |z| > 1$$

Determine: a) $x[0]$ b) $x[1]$ c) $x[+\infty]$

5ª Questão: Para $x[n] = \delta[n+1] + \delta[n] + \delta[n-1]$ e $Y(z) = \mathcal{Z}\{y[n]\} = z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3}$, determine e esboce $w[n] = x[n] * y[n]$

6ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{5}{(z+2)^2}, \quad |z| > 2$$

7ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{5z^2 - z}{z^2 + z - 12} = \frac{5z^2 - z}{(z-3)(z+4)}, \quad 3 < |z| < 4$$

8ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ é dada por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{5-2z}{z^2-6z+8} = \frac{5-2z}{(z-2)(z-4)} \quad , \quad |z| < 2$$

Determine:

a) $\Pr\{\mathbb{X} = 0\}$ b) $\Pr\{\mathbb{X} = 1\}$ c) $\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k k \Pr\{\mathbb{X} = k\}$

9ª Questão: Considere o sinal $x[n] = 2 + 2 \text{ sen } (\frac{\pi}{5}n) + \cos(\frac{\pi}{2}n)$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$:

b) Determine os coeficientes c_k, $k = 0, \ldots, N-1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

c) Determine a potência média de $x[n]$

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-k5], \quad p[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + 3\delta[n-2]$$

e sua representação em série discreta de Fourier. Determine:

a) A expressão dos coeficientes c_k

b) O valor de c_0 c) A potência média do sinal

Convolução: $x_1[n] * x_2[n] = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k]$, $x[n] * \delta[n] = x[n]$, $x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$

SLIT

$\Rightarrow \ y[n] = x[n]*h[n]$, $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$, $y[n] = z^n * h[n] = H(z)z^n$, $H(z) = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$

Resp. em freqüência:
$M(\omega)\exp(j\phi(\omega)) = H(z = \exp(j\omega))$, $h[n]$ real , $x[n] = \cos(\omega n) \ \Rightarrow \ y[n] = M(\omega)\cos(\omega n + \phi(\omega))$

$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \dfrac{z}{z-a}$, $|z| > |a|$, $\mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \dfrac{z}{z-a}$, $|z| < |a|$

$\mathcal{Z}\{na^{n-1}u[n]\} = \dfrac{z}{(z-a)^2}$, $|z| > |a|$, $\mathcal{Z}\{-na^{n-1}u[-n]\} = \dfrac{z}{(z-a)^2}$, $|z| < |a|$

$\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z), z \in \Omega_x \ \Leftrightarrow \ \mathcal{Z}\{x[-n]\} = X(z^{-1}), z^{-1} \in \Omega_x$, $\mathcal{Z}\{x_1[n] * x_2[n]\} = \mathcal{Z}\{x_1[n]\}\mathcal{Z}\{x_2[n]\}$

$\mathcal{Z}\{n^m x[n]\} = \left(-z\dfrac{d}{dz}\right)^m X(z)$, $\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^m x[k] = \mathcal{Z}\{n^m x[n]\}\Big|_{z=1}$, $1 \in \Omega_x$, $m \in \mathbb{N}$

$\mathcal{Z}\{y[n] = x[n-m]u[n-m]\} = z^{-m}\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\}$, $m \in \mathbb{Z}_+$, $\Omega_y = \Omega_x$

$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m\Big(\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \displaystyle\sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k}\Big)$, $m \in \mathbb{Z}_+$

$\mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} a^{n-m}u[n]\right\} = \dfrac{z}{(z-a)^{m+1}}$, $|z| > |a|$, $m \in \mathbb{N}$, $\mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \dfrac{az}{(z-a)^2}$, $|z| > |a|$

$\mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n+m \\ m \end{pmatrix} a^n u[n]\right\} = (1-az^{-1})^{-(m+1)} = \dfrac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}}$, $m \in \mathbb{N}$, $|z| > |a|$

$x[0] = \displaystyle\lim_{|z|\to+\infty} X(z)$, Ω_x exterior de um círculo , $x[+\infty] = \displaystyle\lim_{z\to 1}(z-1)X(z)$, $|z| > \rho$, $0 < \rho \leq 1$

$G_{\mathbb{X}}(z) = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \mathcal{Z}\{p[n]\} = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pr\{\mathbb{X} = k\}z^k$

Seqüências $p[n]$ à direita do 0: $G_{\mathbb{X}}(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}\frac{d^n}{dz^n}G_{\mathbb{X}}(z)\Big|_{z=0} z^n$

$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \displaystyle\sum_k kp[k]$, $\sigma_{\mathbb{X}}^2 = \mathcal{E}\{\mathbb{X}^2\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}^2$, $\mathcal{E}\{\mathbb{X}^m\} = \left(\dfrac{zd}{dz}\right)^m \mathcal{Z}\{p[n]\}\Big|_{z=1}$

$\mathbb{X}$, $\mathbb{Y}$ var. aleatórias independentes $\Rightarrow \ \mathcal{E}\{z^{(\mathbb{X}+\mathbb{Y})}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\}$

$x[n] = \exp(j\beta n)$ periódica $\Leftrightarrow \ \beta = 2\pi\dfrac{p}{q}$, $p, q \in \mathbb{Z}$

$x[n] = \displaystyle\sum_{k\in\bar{N}} c_k \exp\Big(jk\frac{2\pi}{N}n\Big)$, $c_k = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{n\in\bar{N}} x[n]\exp\Big(-jk\frac{2\pi}{N}n\Big)$, $\bar{N}$ conj. de N inteiros consecutivos

$\dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{n\in\bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k\in\bar{N}} |c_k|^2$ (potência média)