

Nome: .....

RA: .....

**Obs.:** Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

**1ª Questão:** Dado o sinal discreto  $x[n] = \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3]$ , determine e esboce  $x[3-n/2]$

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

**2ª Questão:** Considere o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k](n+1-k)\rho^{(n+1-k)}u[n+1-k], \quad 0 < \rho < 1$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a:

a) BIBO-estável ou não BIBO-estável; b) causal ou não causal

**3ª Questão:** a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo causal ( $x[n]$  é entrada,  $y[n]$  é saída) dado por

$$y[n] = \frac{p}{p+1}v[n], \quad v[n] = x[n] - y[n], \quad pv[n] = v[n+1], \quad p^{-1}v[n] = v[n-1]$$

b) Determine a solução forçada para a entrada  $x[n] = \{5, 15, 45, 135, 405, \dots\}$ ,  $n \geq 0$

4ª Questão: A sequência  $x[n]$  vale zero para  $n < 0$  e tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{8z}{(4z-1)^2} + \frac{40z}{(8z-1)} = 32 \left( \frac{20z^3 - 8z^2 + z}{(4z-1)^2(8z-1)} \right), \quad |z| > 1/4$$

Determine: a)  $x[0]$

b)  $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]$

5ª Questão: Determine e esboce a saída de um sistema linear invariante no tempo cuja resposta ao impulso é dada por  $h[n] = u[n+1] - u[n-2]$  para a entrada  $x[n] = -\delta[n+1] + \delta[n] + 2\delta[n-1]$

6ª Questão: Determine a sequência  $x[n]$  cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2 + 12z}{z^2 - z - 6} = \frac{z^2 + 12z}{(z+2)(z-3)}, \quad 2 < |z| < 3$$

7ª Questão: Para a sequência  $x[n] = 5n(0.25)^n u[n]$ , determine

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k]$$

**8ª Questão:** A transformada Z da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta  $\mathbb{X}$  é dada por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{11 - 3z}{z^2 - 8z + 15} = \frac{11 - 3z}{(z - 3)(z - 5)}, \quad |z| < 3$$

Determine:

a)  $\Pr\{\mathbb{X} = 0\}$        b)  $\Pr\{\mathbb{X} = 1\}$        c)  $\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k k \Pr\{\mathbb{X} = k\}$

**9ª Questão:** Considere o sinal  $x[n] = (2 + j) \exp(jn\pi/5) + (3 - 2j) \exp(jn2\pi/5) + (5 + 3j)$

a) Determine o período fundamental  $N$  de  $x[n]$ :

b) Determine os coeficientes  $c_k$ ,  $k = 0, \dots, N - 1$  da série exponencial de Fourier de  $x[n]$

c) Determine a potência média de  $x[n]$

**10ª Questão:** Considere o sinal periódico discreto  $x[n]$  dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k10], \quad p[n] = -2\delta[n + 2] + \delta[n + 1] + 2\delta[n] + 2\delta[n - 1] - \delta[n - 2]$$

e sua representação em série discreta de Fourier. Determine:

a) A expressão dos coeficientes  $c_k$

b) O valor de  $c_0$

c) A potência média do sinal

$$\text{Convolução: } x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k] \quad , \quad x[n] * \delta[n] = x[n] \quad , \quad x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$$

SLIT

$$\Rightarrow y[n] = x[n] * h[n] \quad , \quad h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\} \quad , \quad y[n] = z^n * h[n] = H(z)z^n \quad , \quad H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$$

Resp. em frequência:

$$M(\omega) \exp(j\phi(\omega)) = H(z = \exp(j\omega)) \quad , \quad h[n] \text{ real} \quad , \quad x[n] = \cos(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega) \cos(\omega n + \phi(\omega))$$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a} \quad , \quad |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \frac{z}{z-a} \quad , \quad |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{na^{n-1}u[n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \quad , \quad |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-na^{n-1}u[-n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \quad , \quad |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z) \quad , \quad z \in \Omega_x \Leftrightarrow \mathcal{Z}\{x[-n]\} = X(z^{-1}) \quad , \quad z^{-1} \in \Omega_x \quad , \quad \mathcal{Z}\{x_1[n] * x_2[n]\} = \mathcal{Z}\{x_1[n]\}\mathcal{Z}\{x_2[n]\}$$

$$\mathcal{Z}\{n^m x[n]\} = \left(-z \frac{d}{dz}\right)^m X(z) \quad , \quad \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^m x[k] = \mathcal{Z}\{n^m x[n]\} \Big|_{z=1} \quad , \quad 1 \in \Omega_x \quad , \quad m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{Z}\{y[n] = x[n-m]u[n-m]\} = z^{-m} \mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+ \quad , \quad \Omega_y = \Omega_x$$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m \left( \mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k} \right) \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n}{m} a^{n-m} u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}} \quad , \quad |z| > |a| \quad , \quad m \in \mathbb{N} \quad , \quad \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} \quad , \quad |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n+m}{m} a^n u[n]\right\} = (1-az^{-1})^{-(m+1)} = \frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}} \quad , \quad m \in \mathbb{N} \quad , \quad |z| > |a|$$

$$x[0] = \lim_{|z| \rightarrow +\infty} X(z) \quad , \quad \Omega_x \text{ exterior de um círculo} \quad , \quad x[+\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z) \quad , \quad |z| > \rho \quad , \quad 0 < \rho \leq 1$$

$$G_{\mathbb{X}}(z) = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \mathcal{Z}\{p[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pr\{\mathbb{X} = k\}z^k$$

$$\text{Seqüências } p[n] \text{ à direita do 0: } \quad G_{\mathbb{X}}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} G_{\mathbb{X}}(z) \Big|_{z=0} z^n$$

$$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k kp[k] \quad , \quad \sigma_{\mathbb{X}}^2 = \mathcal{E}\{\mathbb{X}^2\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}^2 \quad , \quad \mathcal{E}\{\mathbb{X}^m\} = \left(\frac{zd}{dz}\right)^m \mathcal{Z}\{p[n]\} \Big|_{z=1}$$

$$\mathbb{X}, \mathbb{Y} \text{ var. aleatórias independentes} \Rightarrow \mathcal{E}\{z^{(\mathbb{X}+\mathbb{Y})}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\}$$

$$x[n] = \exp(j\beta n) \text{ periódica} \Leftrightarrow \beta = 2\pi \frac{p}{q} \quad , \quad p, q \in \mathbb{Z}$$

$$x[n] = \sum_{k \in \bar{N}} c_k \exp\left(jk \frac{2\pi}{N} n\right) \quad , \quad c_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} x[n] \exp\left(-jk \frac{2\pi}{N} n\right) \quad , \quad \bar{N} \text{ conj. de } N \text{ inteiros consecutivos}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k \in \bar{N}} |c_k|^2 \quad (\text{potência média})$$