1ª Questão: Dado o sinal discreto $x[n] = \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3]$, determine e esboce $x[3 - n/2]$

$$x[3 - n/2] = \delta[n] + \delta[n-2] + \delta[n-4]$$

2ª Questão: Considere o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k](n+1-k)\rho^{(n+1-k)}u[n+1-k], \quad 0 < \rho < 1$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a:
a) BIBO-estável ou não BIBO-estável; b) causal ou não causal

$h[n] = (n+1)\rho^{(n+1)}u[n+1]$, BIBO ($h[n]$ absolutamente somável) e causal ($h[n] = 0$, $n < 0$)

3ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo causal ($x[n]$ é entrada, $y[n]$ é saída) dado por

$$y[n] = \frac{p}{p+1}v[n], \quad v[n] = x[n] - y[n], \quad pv[n] = v[n+1], \; p^{-1}v[n] = v[n-1]$$

b) Determine a solução forçada para a entrada $x[n] = \{5, 15, 45, 135, 405, \ldots\}$, $n \geq 0$

$$H(z) = \frac{z}{2z+1},$$

$$x[n] = 5(3^n) \;\Rightarrow\; y_f[n] = \; 5H(3)\; 3^n = 5\left(\frac{3}{7}\right)3^n$$

4ª Questão: A sequência $x[n]$ vale zero para $n < 0$ e tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{8z}{(4z-1)^2} + \frac{40z}{(8z-1)} = 32\left(\frac{20z^3 - 8z^2 + z}{(4z-1)^2(8z-1)}\right), \quad |z| > 1/4$$

Determine: a) $x[0] = 5$ b) $\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] = 32\left(\frac{13}{63}\right) = \frac{416}{63} = \frac{8}{9} + \frac{40}{7}$

5ª Questão: Determine e esboce a saída de um sistema linear invariante no tempo cuja resposta ao impulso é dada por $h[n] = u[n+1] - u[n-2]$ para a entrada $x[n] = -\delta[n+1] + \delta[n] + 2\delta[n-1]$

$$y[n] = -\delta[n+2] + 2\delta[n] + 3\delta[n-1] + 2\delta[n-2]$$

6ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2 + 12z}{z^2 - z - 6} = \frac{z^2 + 12z}{(z+2)(z-3)}, \quad 2 < |z| < 3$$

$$X(z) = \frac{-2z}{z+2} + \frac{3z}{z-3}, \quad 2 < |z| < 3, \qquad \Rightarrow \quad x[n] = -2(-2)^n u[n] - 3(3)^n u[-n-1]$$

7ª Questão: Para a sequência $x[n] = 5n(0.25)^n u[n]$, determine

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k]$$

$$X(z) = 5\frac{0.25z}{(z-0.25)^2} = \frac{20z}{(4z-1)^2}, \quad \sum_{k=\infty}^{+\infty} kx[k] = \left(-z\frac{d}{dz}\right) X(z)\Big|_{z=1} = \frac{100}{27}$$

8ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ é dada por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{11 - 3z}{z^2 - 8z + 15} = \frac{11 - 3z}{(z-3)(z-5)} \quad , \quad |z| < 3$$

Determine:
a) $\Pr\{\mathbb{X} = 0\} = 11/15$ b) $\Pr\{\mathbb{X} = 1\} = 43/(15)^2 = 43/225$ c) $\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = 3/8$

9ª Questão: Considere o sinal $x[n] = (2+j)\exp(jn\pi/5) + (3-2j)\exp(jn2\pi/5) + (5+3j)$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$: $N = 10$

b) Determine os coeficientes c_k, $k = 0, \ldots, N-1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

$$c_0 = (5+3j), \ c_1 = 2+j, \ c_2 = 3-2j, \quad \text{demais nulos}$$

c) Determine a potência média de $x[n] = 52$

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k10], \quad p[n] = -2\delta[n+2] + \delta[n+1] + 2\delta[n] + 2\delta[n-1] - \delta[n-2]$$

e sua representação em série discreta de Fourier. Determine:

a) A expressão dos coeficientes c_k

$$N = 10, \ c_k = \frac{1}{10}\Big(-2\exp(j2k\pi/5) + \exp(jk\pi/5) + 2 + 2\exp(-jk\pi/5) - \exp(-j2k\pi/5)\Big)$$

b) O valor de c_0: $c_0 = 1/5$ c) A potência média do sinal: $\frac{14}{10} = \frac{7}{5}$