**1ª Questão:** Determine a expressão (em termos de impulsos e impulsos deslocados) e esboce $x[n]$ para

$$x[n] = (u[n+3] - u[n]) * 2(u[n-2] - u[n])$$

$$x[n] = (\delta[n+3] + \delta[n+2] + \delta[n+1]) * 2(-\delta[n] - \delta[n-1]) = -2\delta[n+3] - 4\delta[n+2] - 4\delta[n+1] - 2\delta[n]$$

**2ª Questão:** Considere o sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = \left|\frac{x[n]}{x[n-1]}\right|$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a:
a) Linear ou não linear; b) BIBO-estável ou não BIBO-estável

Não linear (módulo da soma não é igual à soma dos módulos) e não BIBO estável (entrada limitada $0, 1, 0, 1, 0, 1$ gera saída ilimitada)

**3ª Questão:** a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo causal ($x[n]$ é entrada, $y[n]$ é saída) cuja resposta ao impulso $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ é dada por

$$h[n] = (2(2)^n u[n]) * (3(3)^n u[n])$$

$$H(z) = \left(2\frac{z}{z-2}\right)\left(3\frac{z}{z-3}\right) = \frac{6z^2}{(z-2)(z-3)}$$

b) Determine a solução forçada para a entrada $x[n] = 5$

$$x[n] = 5(1)^n, \quad y_f[n] = 5H(1)(1)^n = 15$$

**4ª Questão:** A sequência $x[n]$ vale zero para $n < 0$ e tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{z^2}{(2z-1)^3}, \quad |z| > 1/2$$

Determine: a) $x[0] = 0$ b) $\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k] = \frac{10}{27}$

$$\left(-z\frac{d}{dz}\right)X(z) = -z\left(-2\frac{z^2+z}{(2z-1)^4}\right)$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k] = \left(-z\frac{d}{dz}\right)X(z)\Big|_{z=1} = 4$$

**5ª Questão:** a) Determine a resposta ao impulso $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ do sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \rho^{n-k} x[k] u[n+1-k], \quad \rho > 0$$

a) $h[n] = \rho^n u[n+1]$ (sistema linear & invariante no tempo, pois $y[n] = h[n] * x[n]$)

b) O sistema é causal ou não causal? Justifique. Não causal, pois $h[n] \neq 0$ para $n < 0$

**6ª Questão:** Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{-4z^3 - 11z^2 + 9z}{z^3 + 9z^2 + 24z + 20} = \frac{-4z^3 - 11z^2 + 9z}{(z+2)^2(z+5)}, \quad 2 < |z| < 5$$

$$X(z) = \frac{5z}{(z+2)^2} + \frac{-4z}{z+5}, \quad 2 < |z| < 4$$

$$\Rightarrow x[n] = 5n(-2)^{n-1}u[n] + 4(-5)^n u[-n-1]$$

**7ª Questão:** Determine o valor final $\lim_{n\to+\infty} x[n]$ da sequência cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{3z^2 + 5z}{2z^2 - z - 1} = \frac{3z^2 + 5z}{(2z+1)(z-1)}, \quad |z| > 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} x[n] = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z) = \frac{8}{3}$$

**8ª Questão:** As transformadas Z das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias discretas independentes $\mathbb{X}$ e $\mathbb{Y}$ são dadas respectivamente por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{3}{4-z}, \ |z| < 4, \quad \mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{Y} = k\} = \frac{1}{2-z}, \ |z| < 2$$

Determine:
a) A transformada Z da distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta $\mathbb{W} = \mathbb{X} + \mathbb{Y}$

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{W}}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}+\mathbb{Y}}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\} = \frac{3}{(4-z)(2-z)} = \frac{3}{z^2 - 6z + 8}, \ |z| < 2$$

b) $\Pr\{\mathbb{W} = 1\} = 9/32$ c) $\mathcal{E}\{\mathbb{W}\} = \sum_k k \Pr\{\mathbb{W} = k\} = 4/3$

**9ª Questão:** Considere o sinal $x[n] = 2j \ \exp\left(j(\frac{3\pi}{7}n + \frac{\pi}{4})\right) + 3 \ \text{sen}^2\left(\frac{2\pi}{7}n\right)$

a) Determine o período fundamental $N$ de $x[n]$: $N = 14$

b) Determine os coeficientes $c_k$, $k = 0, \ldots, N-1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

$$c_3 = 2j\exp(j\pi/4) = 2\exp(j3\pi/4), \ c_4 = c_{-4} = c_{10} = \frac{-3}{4}, \ c_0 = 3/2, \quad \text{demais nulos}$$

c) Determine a potência média de $x[n] = 59/8$

**10ª Questão:** Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k10], \quad p[n] = q[-2n-6], \quad q[n] = \delta[n+6] + 2\delta[n+4] + \delta[n+2]$$

e sua representação em série discreta de Fourier. Determine:

a) A expressão dos coeficientes $c_k$

$$p[n] = \delta[n+2] + 2\delta[n+1] + \delta[n], \quad N = 10, \ \omega_0 = 2\pi/10$$

$$c_k = \frac{1}{10}\sum_{n=-5}^{4}\left(\delta[n+2] + 2\delta[n+1] + \delta[n]\right)\exp\left(-jk(2\pi/10)n\right) = \frac{1}{10}\left(\exp(jk4\pi/10) + 2\exp(jk2\pi/10) + 1\right)$$

b) O valor de $c_0$ $\quad c_0 = 4/10 = 2/5$ c) A potência média do sinal: $= 6/10 = 3/5$