

Nome: .....

RA: .....

**Obs.:** Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

**1ª Questão:** Determine e esboce  $y(t) = x(t) * u(t)$  para

$$x(t) = (t + 1)G_1(t + 0.5) + (t - 1)G_1(t - 0.5)$$

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

**2ª Questão:** Classifique o sistema abaixo quanto à linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade. Justifique.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t-2} \beta^2 x(\beta + 3) d\beta$$

**3ª Questão:** a) Determine a função de transferência  $H(s)$  do sistema  $y(t) = \mathcal{G}\{x(t)\}$  descrito pelas equações

$$\dot{v}_1 = v_2, \quad \dot{v}_2 = -2v_1 + x, \quad y = v_1$$

b) Determine a saída forçada  $y_f(t)$  do sistema para a entrada  $x(t) = 5 + \cos(t)$

4ª Questão: Determine e esboce  $G_2(t-1) * y(t)$ , para  $y(t) = x(-t+2)$  e  $x(t) = G_4(t)$

5ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso do sistema linear invariante no tempo dado por

$$y(t) = \exp(-t) \int_{t-1}^{t+1} x(\beta) \exp(\beta) d\beta$$

b) Classifique (justificando) quanto à: causalidade e BIBO estabilidade.

6ª Questão: A partir dos sinais linearmente independentes  $f_1(t) = G_4(t-2)$ ,  $f_2(t) = G_1(t-0.5) + G_1(t-2.5)$  e  $f_3(t) = G_3(t-2.5)$ , gere e esboce três sinais ortogonais  $g_1(t)$ ,  $g_2(t)$  e  $g_3(t)$  que descrevem o mesmo espaço que  $a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) + a_3 f_3(t)$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  reais.

7ª Questão: Determine os coeficientes  $a$  e  $b$  que minimizam o erro quadrático médio  $\langle \epsilon^2(t) \rangle$  com

$$\epsilon(t) = \underbrace{(t^3)G_2(t-1)}_{y(t)} - \underbrace{(a G_2(t-1))}_{x_1(t)} + \underbrace{btG_2(t-1)}_{x_2(t)}$$

8ª Questão: a) Determine os coeficientes  $c_k$  da série exponencial de Fourier de  $x(t)$  dado por

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t - k7), \quad p(t) = -tG_1(t + 0.5) - G_1(t - 0.5)$$

b) Determine  $c_0$

9ª Questão: Considere o sinal periódico

$$x(t) = 2j \exp(j2\pi t/3) \exp(j\pi/9) - 3j \exp\left(j(\pi t/3 + \pi/8)\right) + (3 - j) \cos(2\pi t + \pi/5)$$

a) Determine o período fundamental  $T$  de  $x(t)$

b) Determine os coeficientes  $c_k$  da série exponencial de Fourier de  $x(t)$

c) Determine a potência média de  $x(t)$

10ª Questão: Considere o sinal periódico  $x(t)$  dado por

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t - k5), \quad p(t) = (-t^2 + 1)G_1(t + 0.5) - (t - 1)^2G_1(t - 0.5)$$

a) Determine o coeficiente  $c_0$  da série exponencial de Fourier de  $x(t)$

b) Determine a potência média de  $x(t)$

### Consulta

$$G_T(t) = u(t + T/2) - u(t - T/2)$$

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}u(t), \quad u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\beta)d\beta, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\beta)x_2(t - \beta)d\beta, \quad x(t) * \delta(t) = x(t), \quad x(t) * u(t) = \mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^t x(\beta)d\beta$$

$$\mathcal{I}_{x*y}(t) = x(t) * \mathcal{I}_y(t) = \mathcal{I}_x(t) * y(t) = u(t) * x(t) * y(t), \quad \frac{d}{dt}(x(t) * y(t)) = \dot{x}(t) * y(t) = x(t) * \dot{y}(t)$$

$$\mathcal{L}\{\exp(-at)u(t)\} = \frac{1}{s+a}, \quad \text{Re}(s+a) > 0, \quad \mathcal{L}\{y(t) = x(t - \tau)\} = X(s) \exp(-s\tau), \quad \Omega_y = \Omega_x$$

Sinais ortogonais:  $\langle x(t)y^*(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)dt = 0$ ,      Projeção ortogonal:  $\langle \epsilon(t)g_k^*(t) \rangle = 0$ ,  $\forall k$

Gram-Schmidt

$$g_1(t) = f_1(t); \quad g_k(t) = f_k(t) - \sum_{\ell=1}^{k-1} \frac{\langle f_k(t)g_\ell(t) \rangle}{\langle g_\ell^2(t) \rangle} g_\ell(t), \quad k = 2, \dots, n$$

Série de Fourier

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \exp(jk\omega_0 t) \Leftrightarrow c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) \exp(-jk\omega_0 t) dt, \quad \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2 \text{ (potência média)}$$

$$\mathcal{F}_S\{x(t)\}_T = \{c_k\}_{\omega_0} \Rightarrow c_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt \text{ (valor médio)}, \quad x(0) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k$$

$$\mathcal{F}_S\left\{\frac{d}{dt}x(t)\right\}_T = \{jk\omega_0 c_k\}_{\omega_0}, \quad \mathcal{F}_S\left\{\int_{-\infty}^t x(\beta)d\beta\right\}_T = \left\{\frac{1}{jk\omega_0} c_k\right\}_{\omega_0} \text{ (} x(t) \text{ com valor médio 0)}$$

$$x(t) \text{ real:} \quad x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \text{sen}(k\omega_0 t))$$

$$a_0 = c_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt, \quad a_k = (c_k + c_{-k}) = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos(k\omega_0 t) dt, \quad b_k = j(c_k - c_{-k}) = \frac{2}{T} \int_T x(t) \text{sen}(k\omega_0 t) dt$$