1ª Questão: Determine e esboce $y(t) = x(t) * u(t)$ para

$$x(t) = (t + 1)G_1(t + 0.5) + (t - 1)G_1(t - 0.5)$$

$$y(t) = \mathcal{I}_x(t) = (t^2/2 + t + 1/2)G_1(t + 0.5) + (t^2/2 - t + 1/2)G_1(t - 0.5)$$

2ª Questão: Classifique o sistema abaixo quanto à linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade. Justifique.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t-2} \beta^2 x(\beta + 3) d\beta$$

Linear, variante no tempo, não causal e não BIBO

3ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(s)$ do sistema $y(t) = \mathcal{G}\{x(t)\}$ descrito pelas equações

$$\dot{v}_1 = v_2, \quad \dot{v}_2 = -2v_1 + x, \quad y = v_1, \quad H(s) = \frac{1}{s^2 + 2}$$

b) Determine a saída forçada $y_f(t)$ do sistema para a entrada $x(t) = 5 + \cos(t)$

$$y_f(t) = 5H(0) + |H(j)| \cos\big(t + \angle(H(j))\big) = \frac{5}{2} + \cos(t)$$

4ª Questão: Determine e esboce $G_2(t - 1) * y(t)$, para $y(t) = x(-t + 2)$ e $x(t) = G_4(t)$

$$y(t) = x(-t + 2) = G_4(t - 2),$$

$$G_2(t - 1) * G_4(t - 2) = \mathcal{I}_{G_2}(t) - \mathcal{I}_{G_2}(t - 4) = tG_2(t - 1) + G_2(t - 3) + (-t + 6)G_2(t - 5)$$

5ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso do sistema linear invariante no tempo dado por

$$y(t) = \exp(-t) \int_{t-1}^{t+1} x(\beta) \exp(\beta) d\beta$$

$$h(t) = \exp(-t)G_2(t)$$

b) Classifique (justificando) quanto à: causalidade e BIBO estabilidade.

Não causal, pois $h(0) \neq 0, t < 0$ e BIBO-estável (abs. integrável)

6ª Questão: A partir dos sinais linearmente independentes $f_1(t) = G_4(t - 2)$, $f_2(t) = G_1(t - 0.5) + G_1(t - 2.5)$ e $f_3(t) = G_3(t - 2.5)$, gere e esboce três sinais ortogonais $g_1(t)$, $g_2(t)$ e $g_3(t)$ que descrevem o mesmo espaço que $a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) + a_3 f_3(t)$, a_1, a_2 e a_3 reais.

$$g_1 = f_1,$$

$$g_2 = f_2 - \frac{< f_2 g_1 >}{< g_1^2 >} g_1 = f_2 - (1/2)g_1 = (1/2)G_1(t-0.5) - (1/2)G_1(t-1.5) + (1/2)G_1(t-2.5) - (1/2)G_1(t-3.5)$$

$$g_3 = f_3 - \frac{< f_3 g_2 >}{< g_2^2 >} g_2 - \frac{< f_3 g_1 >}{< g_1^2 >} g_1 = f_3 + (1/2)g_2 - (3/4)g_1 = -(1/2)G_1(t - 0.5) + (1/2)G_1(t - 2.5)$$

7ª Questão: Determine os coeficientes a e b que minimizam o erro quadrático médio $< \epsilon^2(t) >$ com

$$\epsilon(t) = \underbrace{(t^3)G_2(t-1)}_{y(t)} - \big(a\,\underbrace{G_2(t-1)}_{x_1(t)} + b\,\underbrace{tG_2(t-1)}_{x_2(t)}\big)$$

$$\begin{bmatrix} < x_1x_1 > & < x_1x_2 > \\ < x_2x_1 > & < x_2x_2 > \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} < yx_1 > \\ < yx_2 > \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 32/5 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8/5 \\ 18/5 \end{bmatrix}$$

8ª Questão: a) Determine os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier de $x(t)$ dado por

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t-k7) \ , \ p(t) = -tG_1(t+0.5) - G_1(t-0.5)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{7}, \quad c_k = \frac{1}{7}\left(\frac{1}{jk2\pi/7}\left(\exp(jk2\pi/7) - 1 + \exp(-jk2\pi/7) + \frac{1-\exp(jk2\pi/7)}{jk2\pi/7}\right)\right)$$

b) Determine c_0: $\dfrac{-1}{14}$

9ª Questão: Considere o sinal periódico

$$x(t) = 2j\exp(j2\pi t/3)\exp(j\pi/9) - 3j\exp\Big(j(\pi t/3 + \pi/8)\Big) + (3-j)\cos(2\pi t + \pi/5)$$

a) Determine o período fundamental T de $x(t)$

$$T = p3 = q6 = r1 = 6, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$x(t) = 2j\exp(j2\pi t/3)\exp(j\pi/9) - 3j\exp\Big(j(\pi t/3 + \pi/8)\Big) + (3-j)\cos(2\pi t + \pi/5)$$

b) Determine os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier de $x(t)$

$$c_2 = 2j\exp(j\pi/9) \ , \ c_1 = -3j\exp(j\pi/8) \ , \ c_6 = \frac{(3-j)\exp(j\pi/5)}{2} \ , \ c_{-6} = \frac{(3-j)\exp(-j\pi/5)}{2}$$

c) Determine a potência média de $x(t)$: 18

10ª Questão: Considere o sinal periódico $x(t)$ dado por

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t-k5) \ , \ p(t) = (-t^2+1)G_1(t+0.5) - (t-1)^2 G_1(t-0.5)$$

a) Determine o coeficiente c_0 da série exponencial de Fourier de $x(t)$

$$c_0 = \frac{1}{T}\int_T x(t)dt = \int_{-1}^{0}(-t^2+1)dt + \int_0^1 -(t-1)^2 dt = \frac{1}{5}(2/3 - 1/3) = \frac{1}{15}$$

b) Determine a potência média de $x(t)$

$$\frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \int_{-1}^{0}(-t^2+1)^2 dt + \int_0^1 t^4 dt = \frac{1}{5}(8/15 + 1/5) = \frac{11}{75}$$