1ª Questão: Determine a transformada de Fourier de $x(t) = -tG_1(t+1.5) + G_1(t+0.5)$

$$X(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{-\exp(j2\omega)+\exp(j\omega)}{j\omega} + 2\exp(j2\omega) - 1\right)$$

$$X(\omega) = -j\frac{d}{d\omega}\Big(\mathrm{Sa}(\omega/2)\exp(j3\omega/2)\Big) + \mathrm{Sa}(\omega/2)\exp(j\omega/2)$$

$$x(t) = -j\left(\frac{\cos(\omega/2)}{\omega} - 2\frac{\mathrm{sen}(\omega/2)}{\omega^2} + \frac{3j}{2}\,\mathrm{Sa}(\omega/2)\right)\exp(j3\omega/2) + \mathrm{Sa}(\omega/2)\exp(j\omega/2)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\left\{\dfrac{\exp(-j2t)}{(t-3)^2+9}\right\}$

$$\mathcal{F}\{\frac{1}{6}\exp\big(j3(t-2)\big)\exp(-3|t-2|)\} = \frac{\exp(-j2\omega)}{(\omega-3)^2+9}$$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{\exp(-j2t)}{(t-3)^2+9}\right\} = \frac{2\pi}{6}\exp\big(j3(-\omega-2)\big)\exp(-3|-\omega-2|) = \frac{\pi}{3}\exp\big(-j3(\omega+2)\big)\exp(-3|\omega+2|)$$

$$= \frac{\pi}{3}\exp\big(-j3(\omega+2)\big)\Big(\exp\big(-3(\omega+2)\big)u(\omega+2) + \exp\big(3(\omega+2)\big)u(-\omega-2)\Big)$$

3ª Questão: Determine o valor da integral $I = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt,\ x(t) = \frac{d}{dt}\mathrm{Sa}^2(t)$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(t)\} = \pi\mathrm{Tri}_4(\omega), \quad \mathcal{F}\{\frac{d}{dt}\mathrm{Sa}^2(t)\} = (j\omega)\pi\mathrm{Tri}_4(\omega)$$

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|X(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-2}^{+2}(\pi)^2\omega^2\big(\mathrm{Tri}_4(\omega)\big)^2 d\omega = \pi\int_0^2 \omega^2(-\omega/2+1)^2 d\omega = \frac{4\pi}{15}$$

4ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Fourier é dada por $X(\omega) = -\omega\mathrm{Tri}_4(\omega)$

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = j(j\omega)\mathrm{Tri}_4(\omega) = -\omega\mathrm{Tri}_4(\omega), \quad x(t) = j\frac{d}{dt}\mathcal{F}^{-1}\{\mathrm{Tri}_4(\omega)\} = j\frac{d}{dt}\frac{1}{\pi}\mathrm{Sa}^2(t)$$

$$x(t) = \frac{j}{\pi}\left(\frac{2\ \mathrm{sen}(t)\cos(t)}{t^2} - \frac{2\ \mathrm{sen}^2(t)}{t^3}\right)$$

Ou: $$X(t) = -t\ \mathrm{Tri}_4(t), \quad \mathcal{F}\{X(t)\} = 2\pi x(-\omega) = -j\frac{d}{d\omega}\mathcal{F}\{\mathrm{Tri}_4(t)\} = -j\frac{d}{d\omega}2\ \mathrm{Sa}^2(\omega)$$

$$2\pi x(-\omega) = -2j\left(\frac{2\ \mathrm{sen}(\omega)\cos(\omega)}{\omega^2} - \frac{2\ \mathrm{sen}^2(\omega)}{\omega^3}\right), \quad x(t) = \frac{j}{\pi}\left(\frac{2\ \mathrm{sen}(t)\cos(t)}{t^2} - \frac{2\ \mathrm{sen}^2(t)}{t^3}\right)$$

Ou: $$X(\omega) = -\omega\mathrm{Tri}_4(\omega) = -\omega(\omega/2+1)G_2(\omega+1) - \omega(-\omega/2+1)G_2(\omega-1)$$

$$\mathcal{F}\{X(t)\} = \frac{1}{(j\omega)^2}\left(\frac{-\exp(j2\omega)+2-\exp(-j2\omega)}{j\omega} + \exp(j2\omega) - \exp(-j2\omega)\right) = 2\pi x(-\omega)$$

$$x(t) = \frac{-1}{2\pi t^2}\left(\frac{\exp(j2t)-2+\exp(-j2t)}{jt} + \exp(-j2t) - \exp(j2t)\right)$$

5ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$, sabendo que $x(t) = \mathrm{Sa}^2(4t)\ \mathrm{sen}(30t)$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(4t)\} = \frac{2\pi}{8}\mathrm{Tri}_{16}(\omega),\ \mathcal{F}\{\ \mathrm{sen}(30t)\} = \frac{\pi}{j}\delta(\omega-30) - \frac{\pi}{j}\delta(\omega+30),\ \omega_M = 30+8 \Rightarrow B = 19/\pi, T < \pi/38$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/6$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k5)p(t-k5), \quad p(t) = -|t|G_4(t), \qquad T = 5\ ,\ \omega_0 = 2\pi/5$$

$$H(j\omega) = \frac{5G_{2\pi/5}(\omega)}{P(\omega)}, \ P(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{\exp(j2\omega)+\exp(-j2\omega)-2}{j\omega} + 2\exp(-j2\omega) - 2\exp(j2\omega)\right)$$

$$\text{Ou:} \quad P(\omega) = 4\frac{(\exp(j\omega)-\exp(-j\omega))^2}{(2j)^2\omega^2} - 8\frac{\exp(j2\omega)-\exp(-j2\omega)}{(2j)(2\omega)}$$

$$p(t) = -2G_4(t) + 2\mathrm{Tri}_4(t), \quad P(\omega) = -8\ \mathrm{Sa}(2\omega) + 4\ \mathrm{Sa}^2(\omega)$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace com o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = \big(2t\exp(-t) + 3t^4\exp(-2t)\big)u(-t)$$

$$y(t) = x(-t) = \big(-2t\exp(t) + 3t^4\exp(2t)\big)u(t), \quad \mathcal{L}\{y(t)\} = \frac{-2}{(s-1)^2} + \frac{72}{(s-2)^5}, \ \mathrm{Re}(s) > 2$$

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \frac{-2}{(s+1)^2} + \frac{-72}{(s+2)^5}, \ \mathrm{Re}(s) < -2$$

7ª Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{s^2-4s-1}{(s-3)^2(s-5)} \quad , \quad 3 < \mathrm{Re}(s) < 5$$

$$X(s) = \frac{s^2-4s-1}{(s-3)^2(s-5)} = \frac{2}{(s-3)^2} + \frac{1}{s-5}, \quad x(t) = 2t\exp(3t)u(t) - \exp(5t)u(-t)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral $I = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$ sendo $h(t)$ a resposta ao impulso de um sistema linear invariante no tempo dada por $h(t) = \big(t^2\exp(-t)u(t)\big) * \big(5t\exp(-4t)u(t)\big)$

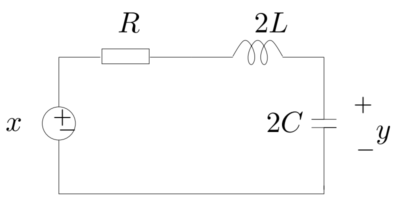
$$H(s) = \frac{10}{(s+1)^3(s+4)^2}, \quad I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = -10\left(\frac{-3}{(s+1)^4(s+4)^2} + \frac{-2}{(s+1)^3(s+4)^3}\right)\Big|_{s=0} = \frac{35}{16}$$

9ª Questão: Determine a transformada de Laplace e o domínio de existência Ω_x para $x(t) = tG_2(t-1)$

$$x(t) = tu(t) - (t-2)u(t-2) - 2u(t-2), \quad X(s) = \frac{1}{s^2}\big(1-\exp(-2s)\big) - \frac{2}{s}\exp(-2s), \quad \Omega_x = \mathbb{C}$$

10ª Questão: Determine L e C (em função de R e ω_c) para que circuito da figura abaixo seja um filtro de Butterworth de segunda ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^2 + \sqrt{2}\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad \omega_c \text{ dado}$$



$$(p^2 + \frac{R}{2L}p + \frac{1}{4LC})y = \frac{1}{4LC}x$$

$$H(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2} = \frac{1/(4LC)}{s^2 + (R/2L)s + 1/(4LC)}, \quad L = \frac{R}{2\sqrt{2}\omega_c}, \quad C = \frac{\sqrt{2}}{2R\omega_c}$$