1ª Questão: Determine a transformada de Fourier de $x(t) = (-t/2+1)G_2(t+1)$

$$X(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{-0.5\exp(j2\omega)+0.5}{j\omega} + 2\exp(j2\omega) - 1\right)$$

$$x(t) = (-t/2)G_2(t+1) + G_2(t+1), \quad X(\omega) = -\frac{j}{2}\frac{d}{d\omega}\Big(2\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega)\Big) + 2\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega)$$

$$x(t) = -j\left(\frac{\cos(\omega)}{\omega} - \frac{\mathrm{sen}(\omega)}{\omega^2} + j\ \mathrm{Sa}(\omega)\right)\exp(j\omega) + 2\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\left\{\frac{\exp(-jt)}{t^2+4}\right\}$

$$\mathcal{F}\{\exp(-2|t-1|)\} = \frac{4\exp(-j\omega)}{\omega^2+4}, \quad \mathcal{F}\left\{\frac{\exp(-jt)}{t^2+4}\right\} = \frac{2\pi}{4}\exp(-2|-\omega-1|) = \frac{\pi}{2}\exp(-2|\omega+1|)$$

3ª Questão: Determine o valor da integral $I = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt$, $x(t) = \mathrm{Sa}^2(t/2)$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(t/2)\} = 2\pi\mathrm{Tri}_2(\omega),\ I = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|X(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{+1}(2\pi)^2\big(\mathrm{Tri}_2(\omega)\big)^2 d\omega = 4\pi\int_0^1(-\omega+1)^2 d\omega = \frac{4\pi}{3}$$

4ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Fourier é dada por $X(\omega) = -\omega^2 G_2(\omega)$

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = (j\omega)(j\omega)G_2(\omega) = -\omega^2 G_2(\omega), \quad x(t) = \frac{d^2}{dt^2}\mathcal{F}^{-1}\{G_2(\omega)\} = \frac{d^2}{dt^2}\frac{1}{\pi}\mathrm{Sa}(t)$$

$$x(t) = \frac{1}{\pi}\left(-\frac{\mathrm{sen}(t)}{t} - \frac{2\cos(t)}{t^2} + \frac{2\ \mathrm{sen}(t)}{t^3}\right)$$

Ou: $$2\pi x(-\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{1}{j\omega}\left(\frac{-2\exp(-j\omega)+2\exp(-j\omega)}{j\omega} + 2\exp(j\omega) + 2\exp(-j\omega)\right) + \exp(-j\omega) - \exp(j\omega)\right)$$

$$x(t) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\exp(-jt)-\exp(jt)}{2jt} - \frac{\exp(jt)+\exp(-jt)}{t^2} + \frac{\exp(jt)-\exp(-jt)}{jt^3}\right)$$

5ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$, sabendo que $x(t) = \mathrm{Sa}(2t)\cos(10t)$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(2t)\} = \frac{2\pi}{4}G_4(\omega), \quad \mathcal{F}\{\cos(10t)\} = \pi\delta(\omega-10) + \pi\delta(\omega+10)$$

$$\omega_M = 10+2 \quad \Rightarrow \quad B = 6/\pi \quad , \quad T < \pi/12$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/20$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k10)p(t-k10), \quad p(t) = |t|G_2(t),\ T = 10\ ,\ \omega_0 = 2\pi/10 = \pi/5, \quad H(j\omega) = \frac{10G_{\pi/5}(\omega)}{P(\omega)}$$

$$P(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{-\exp(j\omega)-\exp(-j\omega)+2}{j\omega} + \exp(j\omega) - \exp(j\omega)\right)$$

ou

$$p(t) = G_2(t) - \mathrm{Tri}_2(t), \quad P(\omega) = 2\mathrm{Sa}(\omega) - \mathrm{Sa}^2(\omega/2)$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace com o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = 5t^3 \exp(3t)u(-t) - 4t\exp(-2t)u(t)$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t), \quad y(t) = x_1(-t) = -5t^3 \exp(-3t)u(t), \ \mathcal{L}\{y(t)\} = \frac{-30}{(s+3)^4}, \ \text{Re}(s) > -3,$$

$$\mathcal{L}\{x_1(t)\} = \frac{-30}{(s-3)^4}, \ \text{Re}(s) < 3, \quad \mathcal{L}\{x_2(t)\} = \frac{-4}{(s+2)^2}, \ \text{Re}(s) > -2$$

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \frac{-30}{(s-3)^4} + \frac{-4}{(s+2)^2}, \ -2 < \text{Re}(s) < 3$$

7ª Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{-3s^2 - s - 13}{(s+1)^2(s-2)} \quad , \quad -1 < \text{Re}(s) < 2$$

$$X(s) = \frac{-3s^2 - s - 13}{(s+1)^2(s-2)} = \frac{5}{(s+1)^2} - \frac{3}{s-2}, \quad x(t) = 5t\exp(-t)u(t) + 3\exp(2t)u(-t)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral $I = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$ sendo $h(t)$ a resposta ao impulso de um sistema linear invariante no tempo dada por $h(t) = \big(t\exp(-2t)u(t)\big) * \big(\exp(-3t)u(t)\big)$

$$H(s) = \frac{1}{(s+2)^2(s+3)}, \quad I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = \frac{2}{(s+2)^3(s+3)} + \frac{1}{(s+2)^2(s+3)^2}\Big|_{s=0} = \frac{1}{9}$$

9ª Questão: Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = -tG_2(t+1) + tG_2(t-1)$$

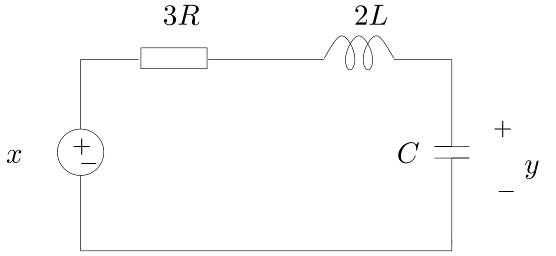
$$x(t) = 2tu(t) - (t+2)u(t+2) + 2u(t+2) - (t-2)u(t-2) - 2u(t-2)$$

$$X(s) = \frac{2}{s^2} - \frac{1}{s^2}\exp(2s) + \frac{2}{s}\exp(2s) - \frac{1}{s^2}\exp(-2s) - \frac{2}{s}\exp(-2s)$$

$$X(s) = \frac{2 - \exp(2s) - \exp(-2s)}{s^2} + \frac{2\exp(2s) - 2\exp(-2s)}{s}, \quad \Omega_x = \mathbb{C}$$

10ª Questão: Determine L e C (em função de R e ω_c) para que circuito da figura abaixo seja um filtro de Butterworth de segunda ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^2 + \sqrt{2}\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad \omega_c \text{ dado}$$



$$(p^2 + \frac{3R}{2L}p + \frac{1}{2LC})y = \frac{1}{2LC}x$$

$$H(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2} = \frac{1/(2LC)}{s^2 + (3R/2L)s + 1/(2LC)}, \ L = \frac{3R}{2\sqrt{2}\omega_c}, \quad C = \frac{\sqrt{2}}{3R\omega_c}$$