Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

1ª Questão: Considere o sinal discreto $x[n] = 2\delta[n] + 2\delta[n-1]$ e $y[n] = x[-n+2]$
a) Esboce $y[n]$;
b) Escreva $y[n]$ como a soma de um sinal par $y_p[n]$ mais um sinal ímpar $y_i[n]$ e esboce $y_p[n]$ e $y_i[n]$

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

2ª Questão: Considere o sistema $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ descrito por

$$y[n] = \sum_{k=-2}^{n} kx[k+2]$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a:
a) variante ou invariante no tempo;
b) BIBO estável ou não BIBO estável

3ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema cuja resposta ao impulso é dada por

$$h[n] = n2^{-n}u[n]$$

b) Determine a solução forçada para a entrada $x[n] = 10(-1)^n$

$4^{\underline{a}}$ **Questão:** A seqüência $x[n]$ vale zero para $n < 0$ e tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{64z^2 - 12z}{(4z-1)(8z-1)} \quad , \quad |z| > \frac{1}{4}$$

Determine: a) $x[0]$ $\boxed{}$ b) $\sum_{k=0}^{+\infty} x[k]$ $\boxed{}$

$5^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine $x[n] = (n\rho^n u[n]) * (\rho^n u[n])$

$6^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a transformada Z e o domínio de existência da sequência $x[n]$ dada por

$$x[n] = 4^{-n}u[n] + 2^{-n-1}u[-n-1]$$

$7^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2}{(z+2)^3}, \quad |z| < 2$$

8ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ é dada por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{9-5z}{2(z-3)(2z-3)} = \quad , \quad |z| < 4$$

Determine: a) a probabilidade $\Pr\{\mathbb{X} = 1\}$ b) a média de $\mathbb{X}$

9ª Questão: Considere o sinal $x[n] = 2 + 5\ \text{sen}\,(\frac{\pi}{3}n) + 4\cos(\frac{\pi}{4}n)$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$

b) Determine os coeficientes c_k, $k = 0, \ldots, N-1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

c) Determine a potência média de $x[n]$

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ de período $N = 4$ cujos coeficientes da série de Fourier são:

$$c_0 = 2,\ c_1 = j,\ c_2 = -2j,\ c_3 = j$$

a) Determine $x[0]$ b) Determine $x[1]$

b) Determine a potência média de $x[n]$

Convolução: $x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k] \quad , \quad x[n] * \delta[n] = x[n] \quad , \quad x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$

SLIT

$\Rightarrow \; y[n] = x[n]*h[n] \; , \; h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\} \; , \; y[n] = z^n*h[n] = H(z)z^n \; , \; H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$

Resp. em freqüência:
$M(\omega)\exp(j\phi(\omega)) = H(z = \exp(j\omega)) \quad , \quad h[n] \text{ real} \; , \; x[n] = \cos(\omega n) \quad \Rightarrow \quad y[n] = M(\omega)\cos(\omega n + \phi(\omega))$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a} \; , \; |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \frac{z}{z-a} \; , \; |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{na^{n-1}u[n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \; , \; |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-na^{n-1}u[-n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \; , \; |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z), z \in \Omega_x \;\Leftrightarrow\; \mathcal{Z}\{x[-n]\} = X(z^{-1}), z^{-1} \in \Omega_x \quad , \quad \mathcal{Z}\{x_1[n] * x_2[n]\} = \mathcal{Z}\{x_1[n]\}\mathcal{Z}\{x_2[n]\}$$

$$\mathcal{Z}\{n^m x[n]\} = \left(-z\frac{d}{dz}\right)^m X(z) \quad , \quad \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^m x[k] = \mathcal{Z}\{n^m x[n]\}\Big|_{z=1} \; , \; 1 \in \Omega_x \; , \; m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{Z}\{y[n] = x[n-m]u[n-m]\} = z^{-m}\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+ \; , \; \Omega_y = \Omega_x$$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m\Big(\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k}\Big) \; , \; m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} a^{n-m}u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}} \; , \; |z| > |a| \; , \; m \in \mathbb{N} \quad , \quad \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} \; , \; |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n+m \\ m \end{pmatrix} a^n u[n]\right\} = (1 - az^{-1})^{-(m+1)} = \frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}} \; , \; m \in \mathbb{N} \; , \; |z| > |a|$$

$x[0] = \lim_{|z| \to +\infty} X(z)$, Ω_x exterior de um círculo , $x[+\infty] = \lim_{z \to 1}(z-1)X(z) \; , \; |z| > \rho \; , \; 0 < \rho \leq 1$

$$G_{\mathbb{X}}(z) = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \mathcal{Z}\{p[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pr\{\mathbb{X} = k\}z^k$$

Seqüências $p[n]$ à direita do 0: $\quad G_{\mathbb{X}}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}\frac{d^n}{dz^n}G_{\mathbb{X}}(z)\Big|_{z=0} z^n$

$$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k kp[k] \quad , \quad \sigma_{\mathbb{X}}^2 = \mathcal{E}\{\mathbb{X}^2\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}^2 \quad , \quad \mathcal{E}\{\mathbb{X}^m\} = \left(\frac{zd}{dz}\right)^m \mathcal{Z}\{p[n]\}\Big|_{z=1}$$

$\mathbb{X}$, $\mathbb{Y}$ var. aleatórias independentes $\quad \Rightarrow \quad \mathcal{E}\{z^{(\mathbb{X}+\mathbb{Y})}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\}$

$x[n] = \exp(j\beta n)$ periódica $\Leftrightarrow \; \beta = 2\pi\frac{p}{q} \quad , \quad p, q \in \mathbb{Z}$

$x[n] = \sum_{k \in \bar{N}} c_k \exp\left(jk\frac{2\pi}{N}n\right) \; , \; c_k = \frac{1}{N}\sum_{n \in \bar{N}} x[n]\exp\left(-jk\frac{2\pi}{N}n\right) \quad , \quad \bar{N}$ conj. de N inteiros consecutivos

$$\frac{1}{N}\sum_{n \in \bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k \in \bar{N}} |c_k|^2$$