1ª Questão: a) Determine os sinais $x_p[n]$ par e $x_i[n]$ ímpar tais que $x[n] = x_p[n] + x_i[n]$, para $x[n] = 3\delta[n+2] + 3\delta[n+1] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$. b) Determine e esboce o sinal $y[n] = x[3-n]$

$$x_p[n] = 2\delta[n+2] + 2\delta[n+1] + 2\delta[n-1] + 2\delta[n-2], \quad x_i[n] = \delta[n+2] + \delta[n+1] - \delta[n-1] - \delta[n-2]$$

$$y[n] = \delta[n-1] + \delta[n-2] + 3\delta[n-4] + 3\delta[n-5]$$

2ª Questão: Determine e esboce a saída $y[n]$ do sistema linear invariante no tempo cuja resposta ao impulso é dada por $h[n] = \delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2]$ quando a entrada é $x[n] = \delta[n+1] + \delta[n]$

$$y[n] = \delta[n+1] + \delta[n-2]$$

3ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo causal ($x[n]$ é entrada, $y[n]$ é saída) descrito pela equação a diferenças

$$y[n+1] - 2y[n] = x[n+1]$$

b) Determine a solução forçada $y_f[n]$ para a entrada $x[n] = 5$

$$H(z) = \frac{z}{z-2}, \quad x[n] = 5(1^n) \ \rightarrow \ y_f[n] = H(1)5(1)^n = -5$$

4ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2+4z}{z^2+3z+2} = \frac{z^2+4z}{(z+1)(z+2)}, \quad |z| > 2$$

$$X(z) = 3\frac{z}{z+1} - 2\frac{z}{z+2}, \quad x[n] = (3(-1)^n - 2(-2)^n)u[n]$$

5ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ do sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = 2^n \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (n-k)2^{-k}x[k]u[n-k]$$

b) Classifique quanto à linearidade, invariância no tempo e BIBO-estabilidade (justifique a resposta)

$$h[n] = n2^n u[n]$$

Como $y[n] = x[n] * h[n]$, o sistema é linear e invariante no tempo. Não é BIBO-estável, pois a resposta ao impulso não é absolutamente somável

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |n2^n u[n]| = \sum_{n=0}^{+\infty} n2^n \rightarrow +\infty$$

6ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2}{(z+4)^3}, \quad |z| < 4$$

$$Y(z) = X(z^{-1}) = \frac{z^{-2}}{(z^{-1}+4)^3} = \frac{1}{4^3}\frac{z}{(z+1/4)^3}, \quad |z^{-1}| < 4 \Rightarrow |z| > 1/4$$

$$y[n] = \frac{1}{4^3}\frac{n(n-1)}{2}\left(-\frac{1}{4}\right)^{n-2} = \frac{1}{8}n(n-1)\left(-\frac{1}{4}\right)^{n} u[n]$$

$$x[n] = y[-n] = \frac{1}{8}n(n+1)(-4)^n u[-n]$$

7ª Questão: Determine $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} n4^{-n}u[n]$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} n4^{-n}u[n] = \mathcal{Z}\{n4^{-n}u[n]\}\Big|_{z=1} = \left(-z\frac{d}{dz}\right)\mathcal{Z}\{4^{-n}u[n]\}\Big|_{z=1} = \frac{z}{4(z-0.25)^2}\Big|_{z=1} = \frac{4}{9}$$

8ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ é dada por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X}=k\} = \frac{6}{z^3-3z^2-4z+12} = \frac{6}{(3-z)(2-z)(2+z)}, \quad |z|<2$$

Determine: a) $\Pr\{\mathbb{X}=0\}$ b) $\Pr\{\mathbb{X}=1\}$

$$\Pr\{\mathbb{X}=0\} = \frac{1}{2}, \quad \Pr\{\mathbb{X}=1\} = \frac{1}{6}$$

9ª Questão: Considere o sinal $x[n] = j/2 + \left(\frac{3j}{2}\right)\cos\left(3\frac{\pi}{5}n\right) + 10\ \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{5}n\right)$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$: $N = 10$
b) Determine os coeficientes c_k, $k = 0, \ldots, N-1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

$$c_0 = j/2,\ c_3 = \frac{3j}{4},\ c_{-3} = c_7 = \frac{3j}{4},\ c_1 = \frac{5}{j}, c_{-1} = c_9 = \frac{-5}{j}, \quad \text{demais nulos}$$

c) Determine a potência média de $x[n]$: $= 411/8$

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-k10], \quad p[n] = 3\delta[n+3] + 2\delta[n+2] - \delta[n-1] - 2\delta[n-2]$$

e sua representação em série discreta de Fourier. Determine:

a) A expressão dos coeficientes c_k

$$N = 10,\ c_k = \frac{1}{10}\sum_{n=-5}^{4}\Big(3\delta[n+3] + 2\delta[n+2] - \delta[n-1] - 2\delta[n-2]\Big)\exp\Big(-jk(2\pi/10)n\Big)$$

$$c_k = \frac{1}{10}\Big(3\exp(jk3\pi/5) + 2\exp(jk2\pi/5) - \exp(-jk\pi/5) - 2\exp(-jk2\pi/5)\Big)$$

b) O valor de c_0: $c_0 = 1/5$ c) A potência média do sinal: $= 18/10$