1ª Questão: Determine a transformada de Fourier de $x(t) = (-t-2)G_2(t+1) + G_2(t-1)$

$$X(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{-\exp(j\omega 2)+1}{j\omega} + 3 - \exp(-j2\omega)\right)$$

$$X(\omega) = -j\frac{d}{d\omega}\Big(2\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega)\Big) - 4\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega) + 2\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(-j\omega)$$

$$= -j\left(2\left(\frac{\cos(\omega)}{\omega} - \frac{\mathrm{sen}(\omega)}{\omega^2}\right)\exp(j\omega) + 2j\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega)\right) - 4\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega) + 2\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(-j\omega)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\left\{t\dfrac{d^2}{dt^2}\ \mathrm{Sa}(4t)\right\}$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(4t)\} = \frac{\pi}{4}G_8(\omega), \quad \mathcal{F}\left\{\frac{d^2}{dt^2}\mathrm{Sa}(4t)\right\} = \frac{\pi}{4}(j\omega)^2 G_8(\omega),$$

$$\mathcal{F}\left\{t\frac{d^2}{dt^2}\mathrm{Sa}(4t)\right\} = -j\frac{\pi}{4}\frac{d}{d\omega}\left(\omega^2 G_8(\omega)\right) = -j\frac{\pi}{4}\Big(2\omega G_8(\omega) + 16\delta(\omega+4) - 16\delta(\omega-4)\Big)$$

3ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{Sa}(t)dt, \qquad \mathcal{F}\{x(t)\} = (4-\omega^2)G_4(\omega)$$

$$I = \mathcal{F}\{x(t)\mathrm{Sa}(t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\Big(X(\omega) * \pi G_2(\omega)\Big)\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}(4-\beta^2)d\beta = \frac{11}{3}$$

4ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Fourier é dada por

$$X(\omega) = \exp\big(j(\omega-2)\big)\mathrm{Sa}(\omega-2)$$

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = \exp\big(j(\omega-2)\big)\mathrm{Sa}(\omega-2), \quad \mathcal{F}\{X(t)\} = \mathcal{F}\{\exp\big(j(t-2)\big)\mathrm{Sa}(t-2)\} = 2\pi x(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(t)\} = \pi G_2(\omega), \quad \mathcal{F}\{\exp(jt)\mathrm{Sa}(t)\} = \pi G_2(\omega-1), \quad \mathcal{F}\{\exp\big(j(t-2)\big)\mathrm{Sa}(t-2)\} = \pi\exp(-j\omega 2)G_2(\omega-1)$$

$$x(t) = \frac{1}{2}\exp(j2t)G_2(-t-1) = \frac{1}{2}\exp(j2t)G_2(t+1)$$

5ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$, sabendo que

$$x(t) = \mathrm{Sa}^7(4t)$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(4t)\} = \frac{2\pi}{8}G_8(\omega), \quad \omega_M = (7\times 8)/2 = 28 \quad \Rightarrow \quad B = 14/\pi \quad , \quad T < \pi/28$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/40$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k8)p(t-k8), \quad p(t) = G_2(t-1) - \mathrm{Tri}_2(t-1)$$

$$T = 8\ ,\ \omega_0 = 2\pi/8 = \pi/4, \quad H(j\omega) = \frac{8G_{\pi/4}(\omega)}{P(\omega)}$$

$$P(\omega) = 2\mathrm{Sa}(\omega)\exp(-j\omega) - \mathrm{Sa}^2(\omega/2)\exp(-j\omega)$$

ou

$$P(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{-1+2\exp(-j\omega)-\exp(-j2\omega)}{j\omega} + 1 - \exp(-j2\omega)\right)$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace com o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = \big(-3t\exp(2t) + 5t^3\exp(-t) \big) u(-t)$$

$$y(t) = x(-t) = \big(3t\exp(-2t) - 5t^3\exp(t)\big)u(t), \quad Y(s) = \frac{3}{(s+2)^2} - \frac{30}{(s-1)^4}, \quad \mathrm{Re}(s) > 1$$

$$X(s) = Y(-s) = \frac{3}{(s-2)^2} - \frac{30}{(s+1)^4}, \quad \mathrm{Re}(s) < -1$$

7ª Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{3s+22}{(s-1)(s+4)} \quad , \quad -4 < \mathrm{Re}(s) < 1$$

$$X(s) = \frac{3s+22}{(s-1)(s+4)} = \frac{5}{s-1} - \frac{2}{s+4}, \quad x(t) = -5\exp(t)u(-t) - 2\exp(-4t)u(t)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt, \quad h(t) = 5\exp(-t)\cos(2t)u(t)$$

$$H(s) = \frac{5(s+1)}{(s+1)^2+4} = \frac{5s+5}{s^2+2s+5}, \quad I = (-1)\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = -\frac{3}{5}$$

9ª Questão: a) Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = \left(\frac{t^2}{2} - t\right) G_2(t-1)$$

b) Determine $X(0)$

$$X(s) = \frac{1-\exp(-2s)}{s^3} + \frac{-1-\exp(-2s)}{s^2}, \quad \Omega_x = \mathbb{C}$$

ou

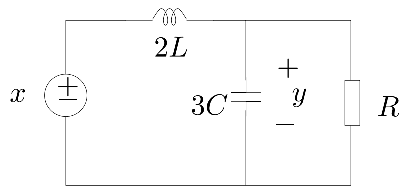
$$\mathcal{L}\{G_2(t-1)\} = \frac{1}{s} - \frac{\exp(-2s)}{s}, \quad \mathcal{L}\{tG_2(t-1)\} = (-1)\frac{d}{ds}\left(\frac{1}{s} - \frac{\exp(-2s)}{s}\right) = \frac{1}{s^2} - \frac{2\exp(-2s)}{s} - \frac{\exp(-2s)}{s^2}$$

$$\mathcal{L}\{t^2G_2(t-1)\} = (-1)^2\frac{d^2}{ds^2}\left(\frac{1}{s} - \frac{\exp(-2s)}{s}\right) = \frac{2}{s^3} - \frac{4\exp(-2s)}{s^2} - \frac{2\exp(-2s)}{s^3} - \frac{4\exp(-2s)}{s}$$

$$X(0) = \int_0^2 (t^2/2 - t)dt = -2/3$$

10ª Questão: Determine L e C (em função de R e ω_c) para que circuito da figura abaixo seja um filtro de Butterworth de segunda ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^2 + \sqrt{2}\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad \omega_c \text{ dado}$$



$$(p^2 + \frac{1}{3RC}p + \frac{1}{6LC})y = \frac{1}{6LC}x$$

$$H(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2} = \frac{1/(6LC)}{s^2 + (1/3RC)s + 1/(6LC)}$$

$$C = \frac{\sqrt{2}}{6R\omega_c}, \quad L = \frac{\sqrt{2}R}{2\omega_c}$$