1ª Questão: Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = 100 + 100\text{sen}(4t)$ do sistema cuja função de transferência é dada por

$$H(s) = \frac{\exp(-10s)}{s^2 + 3s + 5}$$

Solução:

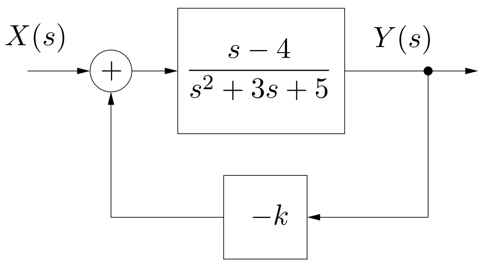
$$y_f(t) = 20 + 6.14\text{sen}(4t - 42.3) = 20 + 6.14\text{sen}(4t + 1.67) = 20 + 6.14\text{sen}(4t + 95.7^o)$$

2ª Questão: Defina (em palavras) observabilidade para o sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v}(t) = Av(t) \quad , \quad v \in \mathbb{R}^n \qquad ; \qquad y(t) = cv(t) \in \mathbb{R}$$

Solução: o sistema é observável se existir $\tau > 0$ tal que o conhecimento da saída $y(t)$ para todo $t \in [0, \tau]$ é suficiente para determinar a condição inicial $v(0)$.

3ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro k, calculada para $k = 10$.



Solução:

$$-\frac{4k}{5 - 4k}\Big|_{k=10} = -\frac{40}{35} = -1.14$$

4ª Questão: Considere um sistema linear invariante no tempo (A, b, c, d) e sua matriz de observabilidade dados por

$$\dot{v} = Av + bx \quad , \quad y = cv + dx \qquad , \qquad \text{Obsv}(A, c) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Assinale a alternativa incorreta:
- É possível construir uma transformação de similaridade que separa o vetor de estados em estados observáveis e não observáveis
- O sistema não é observável
- O sistema tem dois modos próprios não observáveis
- Modos próprios não observáveis não aparecem na função de transferência do sistema
X O sistema tem dois modos próprios observáveis

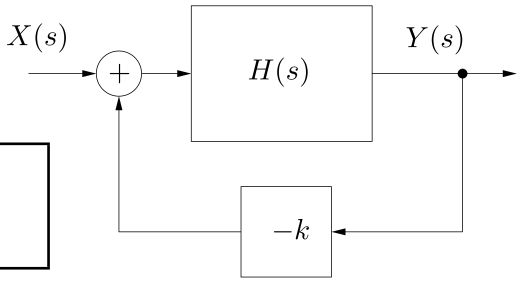
5ª Questão: Obtenha a matriz de controlabilidade e determine se o sistema é ou não controlável para

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

Solução:

$$\mathrm{Ctrb}(A,b) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 10 \\ 1 & 4 & 19 \\ 1 & 5 & 22 \end{bmatrix} \quad , \quad \det(\mathrm{Ctrb}(A,b)) \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Controlável}$$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{s^2 - s + 1}{s^3 + 2s^2 + 15s + 57} \ ,$$

Solução:

$$D(p) = p^3 + (k+2)p^2 + (15-k)p + 57 + k \quad , \quad 3 < k < 9$$

7ª Questão: a) Determine a matriz P solução da equação de Lyapunov associada ao sistema linear invariante no tempo

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} v$$

isto é, (o símbolo $(\cdot)'$ indica a transposta da matriz)

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} \quad \text{tal que} \quad \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

b) Determine, em função da solução encontrada,
se o sistema é assintoticamente estável ou não.

Solução:

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} > 0 \ \text{ pois } 3 > 0 \text{ e } 15 - 9 > 0 \quad \Rightarrow \quad \text{sistema assintoticamente estável}$$

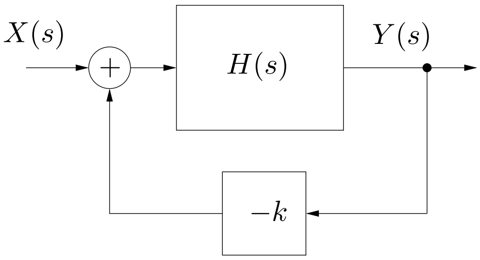
8ª Questão: Considere a estabilidade do ponto de equilíbrio $v = 0$ do sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = Av \ , \ A \in \mathbb{R}^{5\times 5} \quad , \quad \text{autovalores de } A : 0 \pm j, -1 \pm j, -1$$

Assinale todas as alternativas que estiverem corretas:
X O ponto de equilíbrio $v = 0$ não é instável
X Quaisquer que sejam as condições iniciais, as trajetórias não divergem (isto é, permanecem limitadas)
- O ponto de equilíbrio $v = 0$ é assintoticamente estável
- Existem condições iniciais $v(0)$ que produzem trajetórias que divergem
- Trajetórias iniciadas em $v(0) = \bar{v}$ (constante) convergem para o ponto de equilíbrio $v = 0$

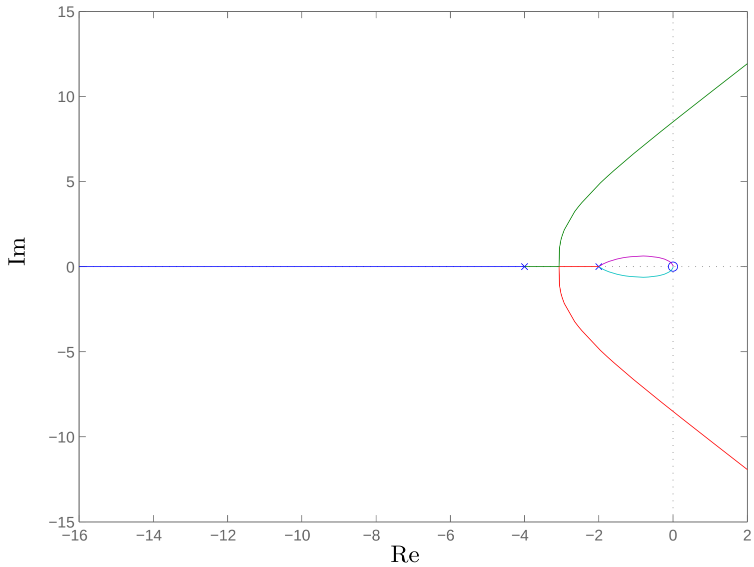
9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s^2}{(s+2)^3(s+4)^2}$$



a) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado.

b) Determine o ponto de encontro das assíntotas $-\dfrac{14}{3} \approx -4.67$



10ª Questão: Considere o lugar das raízes de um sistema $H(s)$ realimentado negativamente com ganho k, mostrado na figura ao lado, com

$$H(s) = \frac{s-1}{(s+4)^4}$$

Determine (aproximadamente) o maior valor de k para que o sistema em malha fechada seja BIBO estável

Solução:

$$k < 256$$