Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1ª Questão: Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = 100 + 100\text{sen}(5t)$ do sistema representado pela função de transferência

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2 + 10s + 10}$$

Solução:

$$y_f(t) = 100|H(j0)| + 100|H(j5)|\text{sen}(5t + \angle H(j5)) = 20 + 10.3\text{sen}(5t - 0.672)$$

2ª Questão: Considere o sistema não linear contínuo no tempo dado por

$$\dot{v}_1 = \text{sen}(v_1 + v_2)$$
$$\dot{v}_2 = \exp(v_1) - 1$$

a) Determine os pontos de equilíbrio

b) Determine os modos próprios associados ao sistema linearizado em torno dos pontos de equilíbrio

Solução:

$$(0,0), (0,\pi) \quad , \quad \begin{bmatrix} \cos(v_1+v_2) & \cos(v_1+v_2) \\ \exp(v_1) & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad (0,0) \to -0.6180, 1.6180 \quad , \quad (0,\pi) \to -0.5 \pm j0.8666$$

3ª Questão: Determine uma realização (A, b, c, d) para o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$H(s) = \frac{10s^3 + 20s^2 + 30s + 100}{s^3 + 5s^2 + 2s + 1}$$

Solução:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -5 \end{bmatrix} \ , \ b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ , \ c = \begin{bmatrix} 90 & 10 & -30 \end{bmatrix} \ , \ d = \begin{bmatrix} 10 \end{bmatrix}$$

4ª Questão: Determine uma expressão analítica para A^{-1} em termos de potências da matriz A para

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \gamma & -\beta & -\alpha \end{bmatrix}$$

Solução:

$$A^{-1} = \frac{1}{\gamma}\left(A^2 + \alpha A + \beta \mathrm{I}\right)$$

5ª Questão: Determine a solução $v(t)$ para

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v \quad , \quad v(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$v(t) = \exp(-3t) \begin{bmatrix} 1 - 12t \\ 1 + 4t \end{bmatrix}$$

6ª Questão: Determine $\rho_0(s)$ e $\rho_1(s)$ tais que

$$(s\mathrm{I} + A)^{-1} = \rho_0(s)\mathrm{I} + \rho_1(s)A \quad , \quad A = \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$\rho_0 = \frac{s-6}{(s-3)^2} \quad , \quad \rho_1 = \frac{-1}{(s-3)^2}$$

7ª Questão: Determine a forma de Jordan $\hat{A}$ para a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & -6 \\ -1 & 1 & 12 \end{bmatrix} , \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 9)^3$$

Solução: $J_3(9)$

8ª Questão: Determine a matriz Q que transforma a matriz A abaixo em uma forma de Jordan diagonal $\hat{A} = Q^{-1}AQ$

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -17 & 10 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} , \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 1)(\lambda - 2)(\lambda - 5)$$

Solução:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 25 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

9ª Questão: Determine um sistema linear autônomo na forma de equação de estados dado por

$$\dot{\bar{v}} = \bar{A}\bar{v} \ , \ \bar{v}(0) = \bar{v}_0 \ , \ x = \bar{c}\bar{v}$$

que produza como saída a função $x(t) = t^2 + 2t + 1$.

Solução:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad \bar{v}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad , \quad \bar{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

10ª Questão: Determine a resposta ao impulso (condições iniciais nulas) do sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} v$$

Solução:

$$h(t) = \big(0.25\exp(-t) + 0.75\exp(-5t)\big)u(t)$$