Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1ª Questão: Determine a solução forçada (i.e. regime permanente) do sistema descrito pela função de transferência $H(s)$ abaixo quando a entrada é dada por $x(t) = 100\cos^2(2t)$

$$H(s) = \frac{s+5}{s^2+2s+1}$$

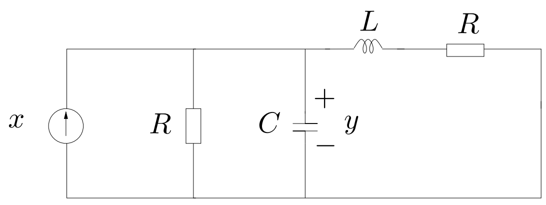
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

2ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(s) = Y(s)/X(s)$ do sistema descrito pelas equações

$$\dot{v}_1 = -v_2 \ , \ \dot{v}_2 = -13v_1 - 6v_2 + x \ , \ y = -6v_1 - 4v_2 + 2x$$

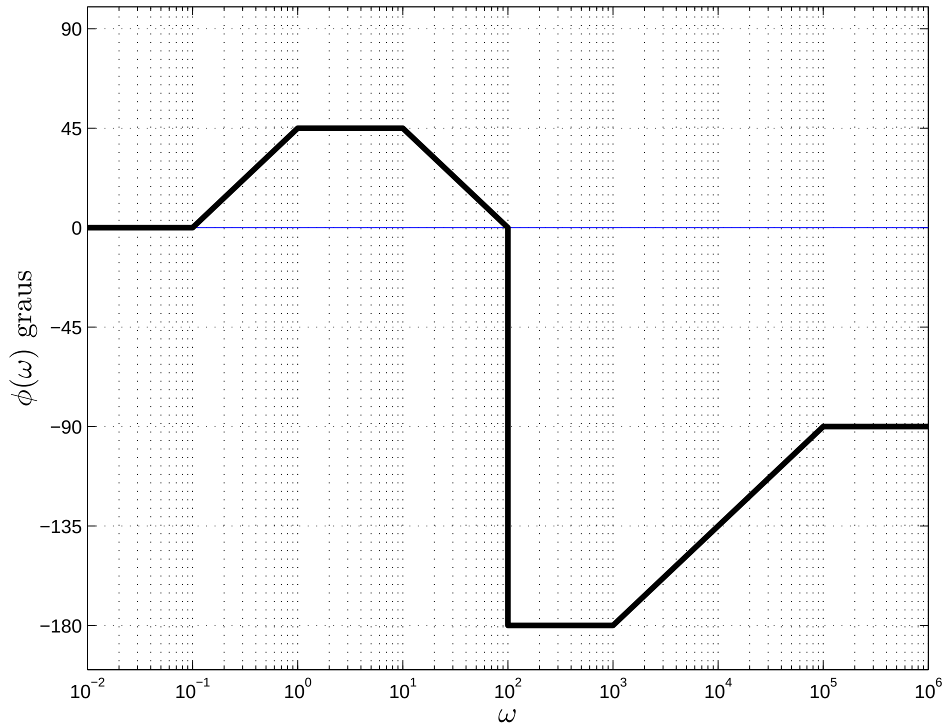
b) Determine a resposta causal ao impulso $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$ (condições iniciais nulas)

3ª Questão: a) Determine $H(s)$ para o circuito ao lado

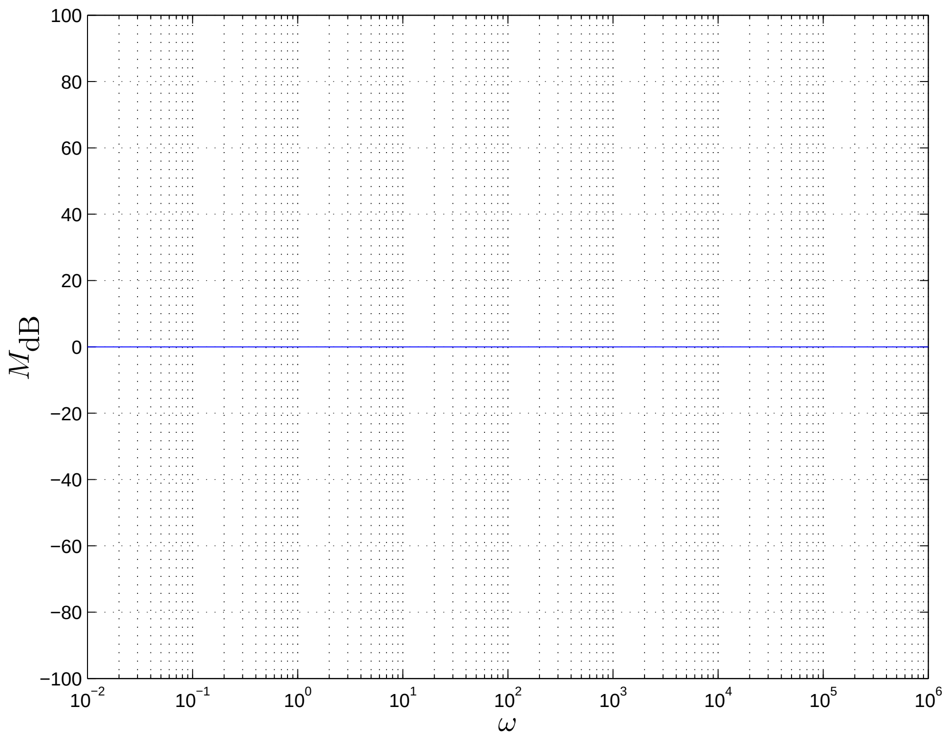


b) Considerando apenas o denominador de $H(s)$, determine ξ (fator de amortecimento) e ω_n (frequência natural de oscilação)

4ª Questão: Considere o diagrama assintótico de fase de um sistema linear invariante no tempo dado na figura abaixo.

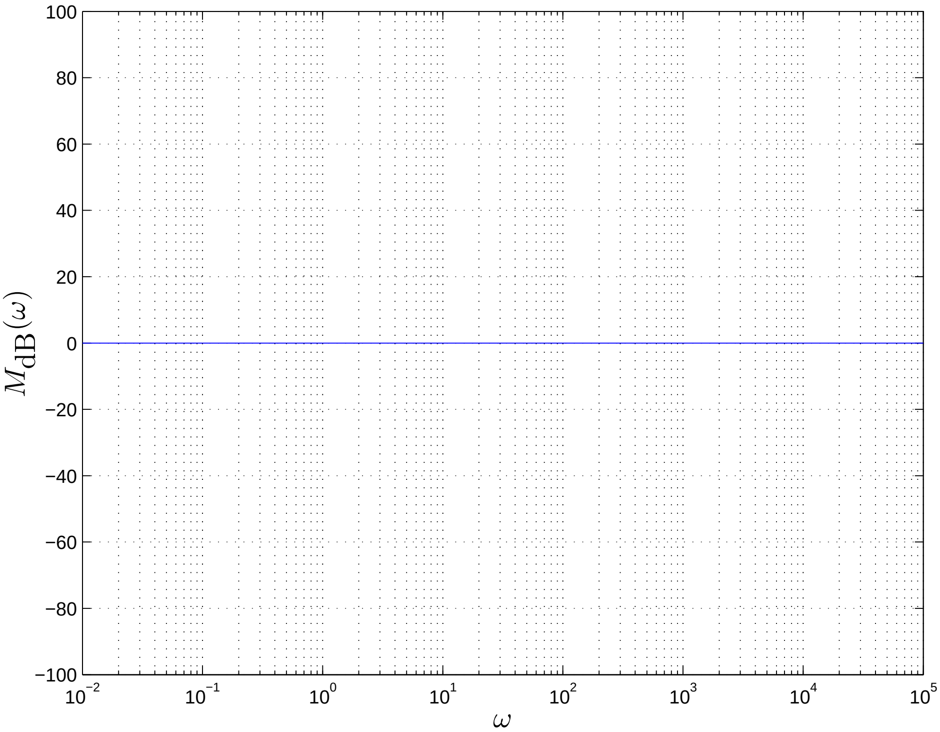


Sabendo que o valor DC do sistema é igual a 60dB, determine o diagrama assintótico de módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) resultante

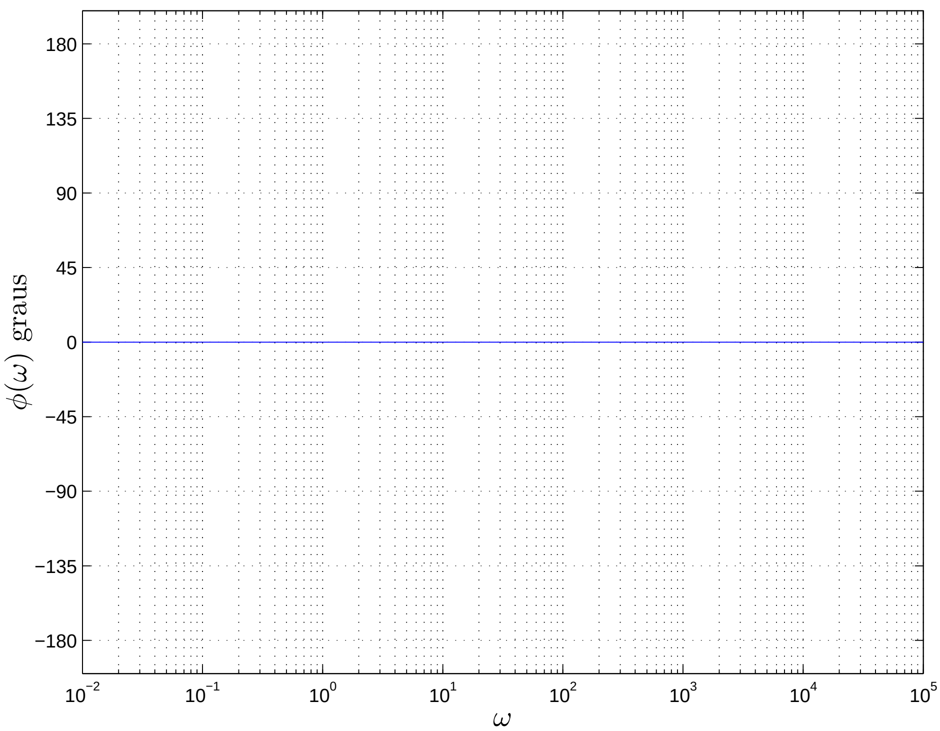


5ª Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{(s+1)(s+10)(s+100)}{s(s+1000)^2}$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.



6ª Questão: No sistema linear invariante no tempo causal descrito pela função de transferência abaixo, determine a e b para que a saída persistente (em regime) seja $3t^2/2 + 8t + 29/6$ quando a entrada for $x(t) = 9t^2/2 + 18t + 9$

$$H(s) = \frac{as + b}{s^2 + 5s + 6}$$

7ª Questão: Obtenha a solução da equação diferencial

$$p(p{+}1)y(t) = t^2, \;\; y(0) = 1, \dot{y}(0) = 0, \quad p = \frac{d}{dt}$$

8ª Questão: a) Determine a solução forçada da equação

$$(p^2 + 4)y(t) = 5\cos(2t) \; , \qquad p = \frac{d}{dt}$$

b) Determine a solução da equação para as condições iniciais $y(0) = 10$, $\dot{y}(0) = 10$

9ª Questão: a) Determine $Y(z)$ (transformada Z da saída) para o sistema linear invariante no tempo descrito pela equação a diferenças

$$y[n+1] - 2y[n] = x[n] \; , \; n \geq 0 \quad , \quad x[n] = 2^{n+2}u[n], \; y[0] = 10$$

b) Determine $y_u[n] = \mathcal{Z}^{-1}\{Y(z)\}$

10ª Questão: a) Determine a solução forçada da equação a diferenças

$$y[n+1] - y[n] = 6(n-1)^2 \; , \; y[0] = 4$$

b) Determine a solução da equação acima

Consulta

Transformada de Laplace (unilateral):

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \int_0^{+\infty} x(t)\exp(-st)dt$$

$$\mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = s\mathcal{L}\{x(t)\} - x(0) \quad , \quad s \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\left\{x^{(m)}(t) = \frac{d^m x(t)}{dt^m}\right\} = s^m\mathcal{L}\{x(t)\} - \sum_{k=0}^{m-1} s^{m-k-1}x^{(k)}(0)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{t^m}{m!}\exp(-at)u(t)\right\} = \frac{1}{(s+a)^{m+1}} \ , \quad \mathrm{Re}(s+a) > 0 \ , \ m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{L}\{\cos(\beta t)\exp(-at)u(t)\} = \frac{s+a}{(s+a)^2+\beta^2} \quad , \ \mathrm{Re}(s+a) > 0$$

$$\mathcal{L}\{\mathrm{sen}(\beta t)\exp(-at)u(t)\} = \frac{\beta}{(s+a)^2+\beta^2} \quad , \ \mathrm{Re}(s+a) > 0$$

$$x(0^+) = \lim_{t\to 0^+} x(t) = \lim_{s\to +\infty} sX(s) \ , \quad \lim_{t\to +\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s)$$

Coeficientes a determinar (equações diferenciais)

$$D(p)y(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad y(t) = \sum_{k=1}^{m} a_k f_k(t), \qquad f_k(t) \text{ modos próprios (considerando multiplicidades)}$$

Se λ é raiz de multiplicidade r de $D(\lambda)$, então $\exp(\lambda t)$, $t\exp(\lambda t)$, $\ldots$, $t^{r-1}\exp(\lambda t)$ são modos próprios.

$$D(p)y(t) = N(p)x(t) \quad , \quad \text{se} \ \ \bar{D}(p)x(t) = 0 \text{ então } \ \bar{D}(p)D(p)y(t) = 0$$

$$\text{Solução forçada:} \quad y(t) = y_h(t) + y_f(t) \quad \Rightarrow \quad D(p)y_f(t) = N(p)x(t) \ , \ D(p)y_h(t) = 0$$

$$y_f(t) = \sum_{k=1}^{m} b_k g_k(t), \qquad g_k(t) \text{ modos forçados (considerando multiplicidades e ressonâncias)}$$

Resposta em Freqüência: $H(s) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\exp(-st)dt \quad , \quad H(j\omega) = H(s)\Big|_{s=j\omega}$

Diagramas assintóticos de Bode: gráficos do módulo (em dB) e da fase (em graus) versus a freqüência em escala logarítmica.

$$M_{\text{dB}}(\omega) = 20\log M(\omega) \ \text{ sendo log o logaritmo na base 10}$$

$$H(s) = H_1(s)H_2(s) \quad \Rightarrow \quad M_{\text{dB}}(\omega) = M_{1\text{dB}}(\omega) + M_{2\text{dB}}(\omega) \quad ; \quad \phi(\omega) = \phi_1(\omega) + \phi_2(\omega)$$

ω_c (freqüência de corte): encontro das assíntotas de baixa e alta freqüência

Pólos complexos: $0 < \xi < 1$, $\omega_n > 0$

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \Rightarrow \quad \lambda_2^* = \lambda_1 = -\xi\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\text{pico } (0 < \xi < 1/\sqrt{2}): \quad \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2} \ ; \ M(\omega_r) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

Transformada Z: $\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z) = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]z^{-k}$, $\quad \mathcal{Z}\{\delta[n]\} = 1, \quad \mathcal{Z}\{\delta[n+m]\} = z^m$, $m \in \mathbb{Z}$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{m-k} \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a}, \ \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} \ , \mathcal{Z}\{n^2 a^n u[n]\} = \frac{az^2 + a^2 z}{(z-a)^3}, \quad |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} a^{n-m}u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}}, \ \mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n+m \\ m \end{pmatrix} a^n u[n]\right\} = \frac{z^{(m+1)}}{(z-a)^{(m+1)}}, \ m \in \mathbb{N}, |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\{nx[n]\} = -z\frac{d}{dz}\mathcal{Z}\{x[n]\}$$

Coeficientes a determinar (equações a diferenças)

$$D(p)y[n] = 0 \quad \Rightarrow \quad y[n] = \sum_{k=1}^{m} a_k f_k[n] \quad f_k[n] \text{ modos próprios (considerando multiplicidades)}$$

Se λ é raiz de multiplicidade r de $D(\lambda)$, então λ^n, $n\lambda^n$, $\ldots$, $n^{r-1}\lambda^n$ são modos próprios.

$$D(p)y[n] = N(p)x[n] \ \ , \ \text{ se } \ \bar{D}(p)x[n] = 0 \text{ então } \ \bar{D}(p)D(p)y[n] = 0$$

$$\text{Solução forçada:} \quad y[n] = y_h[n] + y_f[n] \quad \Rightarrow \quad D(p)y_f[n] = N(p)x[n] \ , \ D(p)y_h[n] = 0$$

$y_f[n]$: combinação linear dos modos forçados (considerando multiplicidades e ressonâncias)