1ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x = \cos(5t) + \operatorname{sen}(6t)$ do sistema linear invariante no tempo descrito pelas equações

$$\dot{v}_1 = v_2, \quad \dot{v}_2 = -10v_1 + x, \quad y = -40v_1 + 5x$$

$$H(s) = 5 + \frac{-40}{s^2+10} = \frac{5s^2+10}{s^2+10}, \quad y_f(t) = |H(j5)|\cos(5t) + |H(j6)|\operatorname{sen}(6t) = \frac{23}{3}\cos(5t) + \frac{85}{13}\operatorname{sen}(6t)$$

2ª Questão: Determine os autovalores associados aos modos observáveis e não observáveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} v, \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} v, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda-2)(\lambda-5)$$

Autovalores: 2 (observável) e 5 (não observável), pois

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 2 \text{ (observ.)}, \quad M_5 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não observ.)}$$

3ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo: a) é controlável? b) é observável? Justifique a resposta.

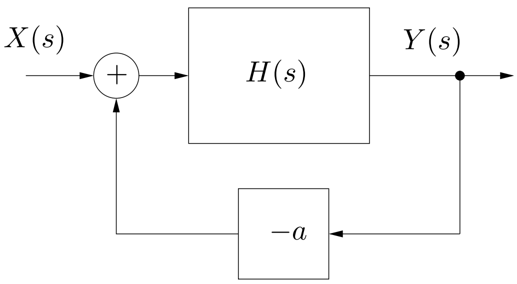
$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&2&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&2&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&3&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&3&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&3&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&4&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&4&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&5&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&5 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 5 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

É controlável, pois só há um bloco de Jordan por autovalor e o elemento de b correspondente à última linha de cada bloco é diferente de zero.
Não é observável, pois embora só exista um bloco de Jordan por autovalor, há elementos de c correspondentes à primeira coluna de cada bloco iguais a zero (bloco correspondente ao autovalor 3)

4ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 1$

$$H(s) = \frac{2a}{s^2 + 5as + a}$$



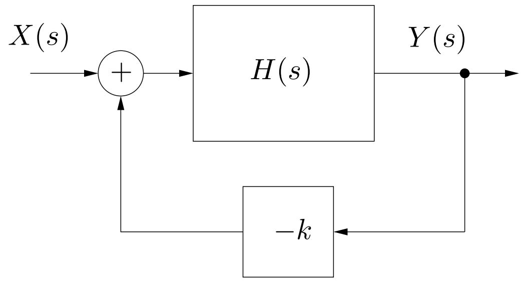
$$G(s) = \frac{2a}{s^2+5as+a+2a^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{s^2-2a^2}{s^2+5as+a+2a^2}\Big|_{s=0} = \frac{-2a}{2a+1}\Big|_{a=1} = -2/3$$

5ª Questão: Utilizando a tabela de Routh-Hurwitz, determine quantas raízes do polinômio $D(s)$ possuem parte real positiva para $D(s) = s^5 + 4s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 1s + 1$. Justifique a resposta.

s^5	1	3	1	
s^4	4	2	1	
s^3	10/4	3/4		$(\times 4)$
s^2	8/10	1		$(\times 10)$
s	−76/8			
1	10			

Duas trocas de sinal $\Rightarrow$ duas raízes com parte real positiva.

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{s^2 - s}{s^3 + 7s + 10}$$

$$D(s) = s^3 + ks^2 + (7 - k)s + 10, \quad 2 < k < 5$$

7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável? Justifique

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} v,$$

Estável, pois não possui nenhum bloco de Jordan de tamanho maior de que um.

8ª Questão: Defina (com palavras) os conceitos de estabilidade, estabilidade assintótica e instabilidade para sistemas lineares invariantes no tempo em relação ao ponto de equilíbrio $v = 0$ (origem).

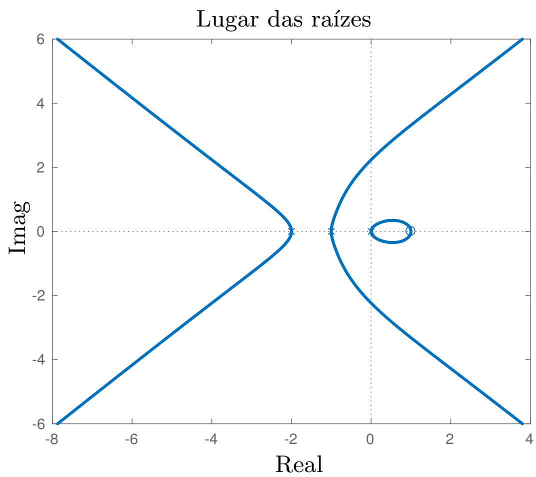
Estável: há trajetórias que não se afastam nem tendem assintoticamente para a origem;
Assintoticamente estável: qualquer trajetória tende assintoticamente para a origem;
Instável: existem trajetórias que divergem (se afastam da origem);

9ª Questão: Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado da figura (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas

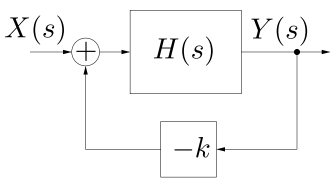
$$H(s) = \frac{(s - 1)^2}{s^2(s + 1)^2(s + 2)^2}$$

$$\eta = 4, \quad \frac{\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4}$$

Encontro: $(-1 - 1 - 2 - 2 - (1 + 1))/4 = -2$



10ª Questão: Usando a aproximação das assíntotas para o sistema realimentado mostrado na figura, determine o intervalo para $k > 0$ que garante a estabilidade do sistema



$$H(s) = \frac{1}{(s + 3)^4}$$

Cruzamento com o eixo imaginário em $\pm j3$, com máximo valor dado por $k < \sqrt{18}\sqrt{18}\sqrt{18}\sqrt{18} = 324$