

**1ª Questão:** Determine a solução forçada (i.e. regime permanente) do sistema descrito pela função de transferência  $H(s)$  abaixo quando a entrada é dada por  $x(t) = 10 + 2 \exp(t) + 5 \cos(2t)$

$$H(s) = \frac{s + 5}{s^2 + 2s + 1}$$

$$H(0) = 5, \quad H(1) = 1.5, \quad H(j2) = 1.08 \exp(-j1.83)$$

$$y_f(t) = 50 + 3 \exp(t) + 5.40 \cos(2t - \underbrace{1.83}_{105^\circ}) =$$

$$= (4.70 - j7.26) \exp(j5t) + (4.70 + j7.26) \exp(-j5t) + (-6.12 - j10.5) \exp(j2t) + (-6.12 + j10.5) \exp(-j2t)$$

**2ª Questão:** a) Determine a função de transferência  $H(s) = Y(s)/X(s)$  do sistema descrito pelas equações

$$\dot{v}_1 = v_2, \quad \dot{v}_2 = -13v_1 - 4v_2 + x, \quad y = 14v_1 + v_2$$

$$H(s) = \frac{s + 14}{s^2 + 4s + 13} = 4 \frac{3}{(s + 2)^2 + 3^2} + \frac{(s + 2)}{(s + 2)^2 + 3^2}$$

b) Determine a resposta causal ao impulso  $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$  (condições iniciais nulas)

$$\begin{aligned} h(t) &= \exp(-2t)(4\text{sen}(3t) + \cos(3t))u(t) \\ &= ((0.5 - j2) \exp((-2 + j3)t) + (0.5 + j2) \exp((-2 - j3)t))u(t) \end{aligned}$$

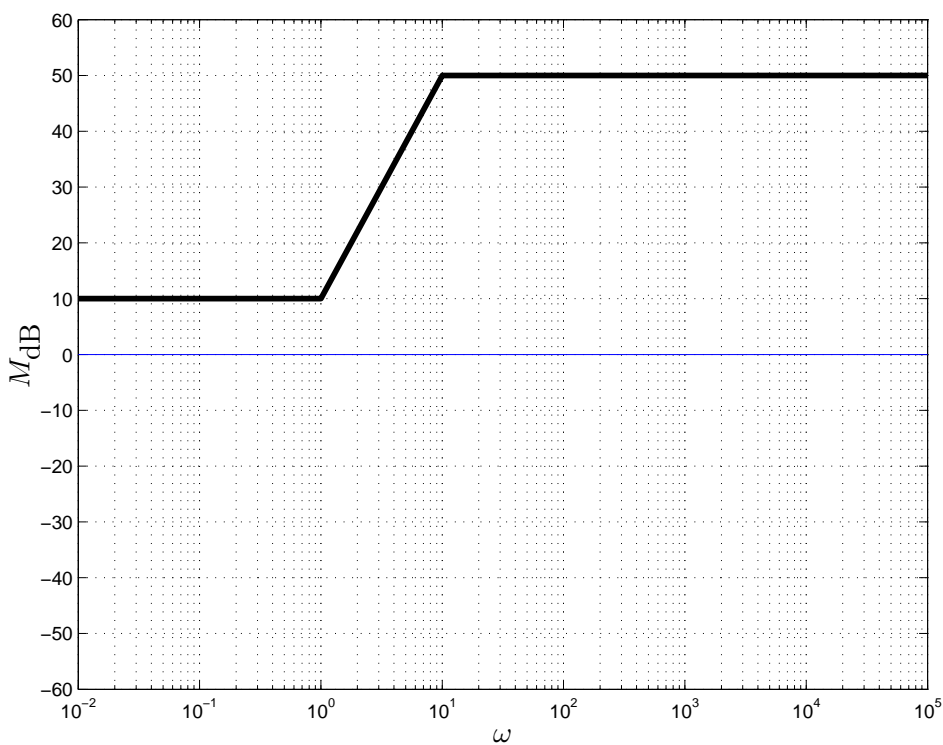
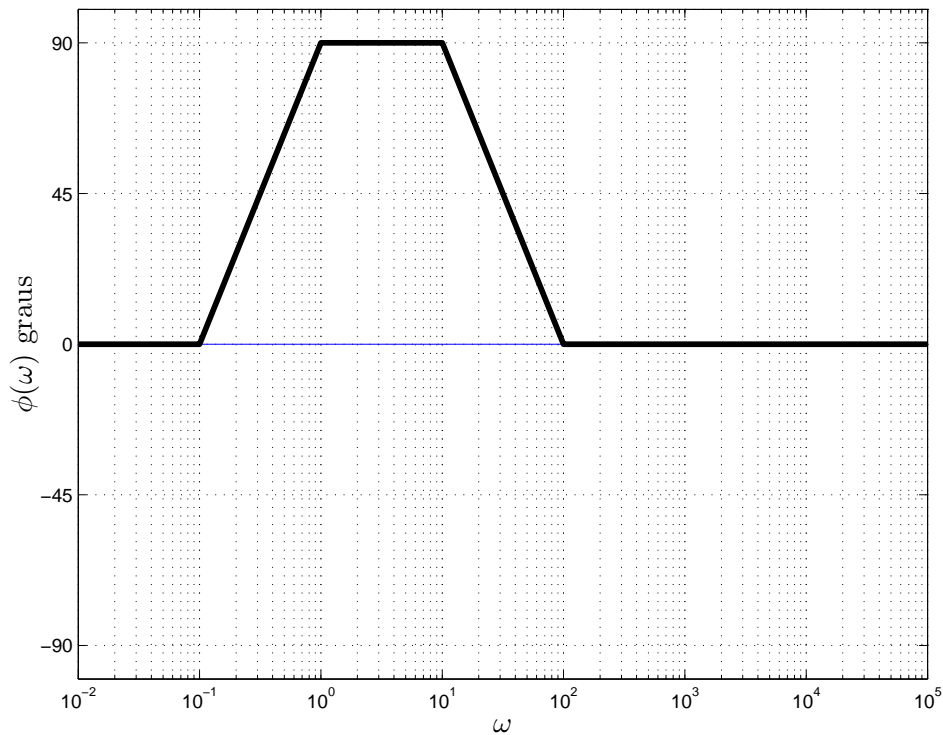
**3ª Questão:** Determine  $Y(s)$  para o sistema descrito pela equação diferencial

$$\ddot{y} + 5\dot{y} + 6y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(2) = 2$$

$$y(t) = \dot{y}(0) \exp(-2t)u(t) - \dot{y}(0) \exp(-3t)u(t)$$

$$Y(s) = \left( \frac{2}{\exp(-4) - \exp(-6)} \right) \frac{1}{(s + 2)(s + 3)} = \frac{126.3}{(s + 2)(s + 3)} = \frac{126.3}{s + 2} - \frac{126.3}{s + 3}$$

4ª Questão: a) Sabendo que o valor DC é 10 dB, esboce as assíntotas de módulo (em dB) do sistema linear invariante no tempo de fase mínima (pólos e zeros com parte real negativa) cujo diagrama assintótico de fase (em graus) é mostrado abaixo.

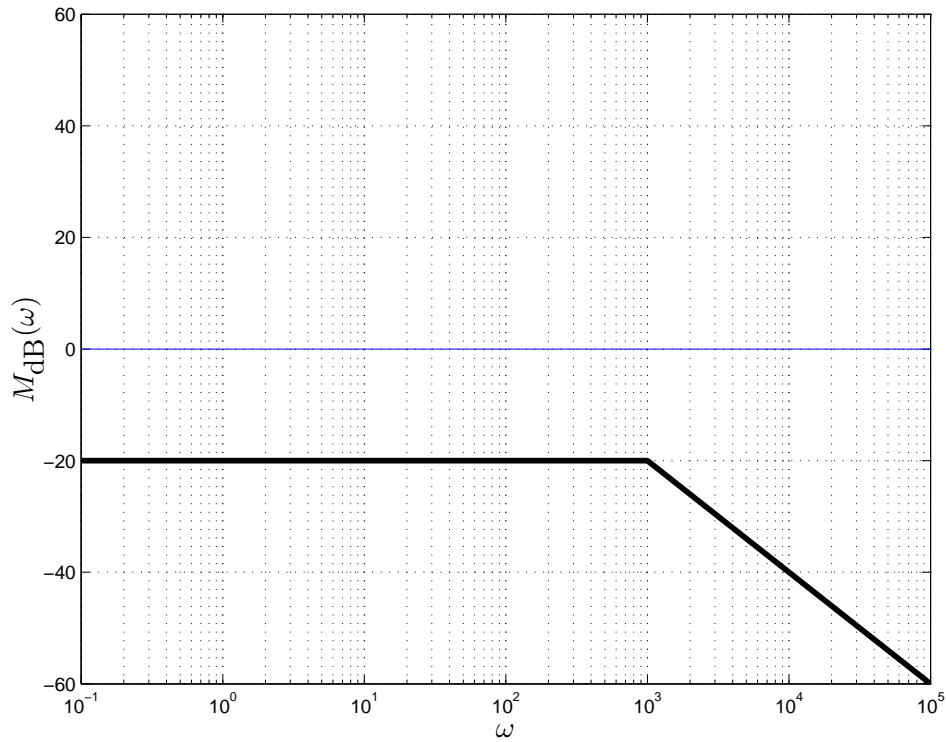


b) Determine a função de transferência  $H(s)$  do sistema

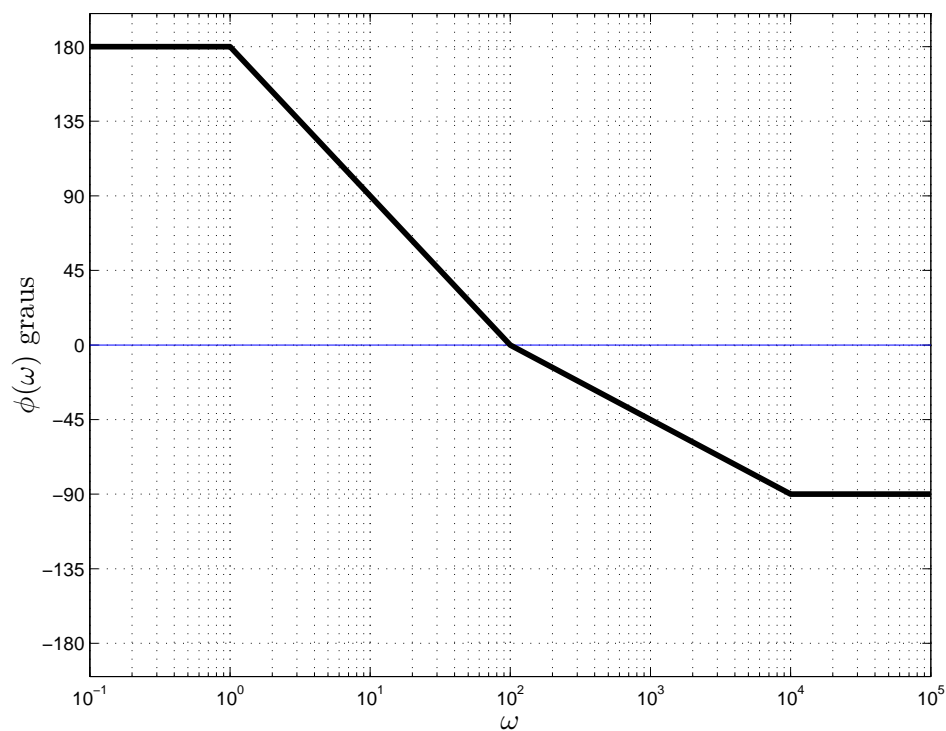
$$H(s) = \frac{\sqrt{10}(s+1)^2}{(s/10+1)^2}$$

5<sup>a</sup> Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

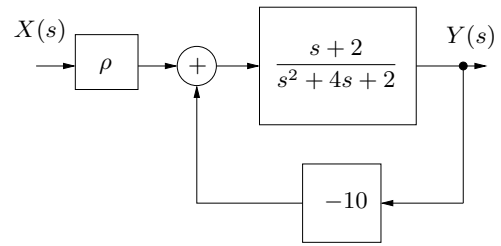
$$H(s) = \frac{100(s - 10)}{(s + 10)(s + 1000)}$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.



**6ª Questão:** Determine o valor de  $\rho \in \mathbb{R}$  para que o sistema da figura ao lado apresente, em regime permanente, erro nulo para entrada degrau, isto é, quando  $X(s) = 1/s$ .



$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s) = \frac{\rho(s+2)}{(s^2+4s+2)+10(s+2)}, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \frac{1}{s} = G(0) = \frac{\rho}{11} = 1 \Rightarrow \rho = 11$$

**7ª Questão:** Determine a entrada  $x(t)$  sabendo que  $y_f(t) = t \exp(-2t) \sin(3t)$  é a solução forçada da equação diferencial

$$(p^2 + 4p + 13)y(t) = x(t), \quad p = \frac{d}{dt}$$

$$x(t) = 6 \exp(-2t) \cos(3t)$$

**8ª Questão:** a) Determine a solução forçada da equação

$$(p^2 + 4)y(t) = 8t \cos(2t)$$

$$y_f(t) = t^2 \sin(2t) + \frac{1}{2} t \cos(2t)$$

b) Determine a solução da equação para as condições iniciais  $y(0) = 0$ ,  $\dot{y}(0) = 0$

$$y(t) = t^2 \sin(2t) - \frac{1}{4} \sin(2t) + \frac{1}{2} t \cos(2t)$$

**9ª Questão:** a) Determine  $Y(z) = \mathcal{Z}\{y[n]u[n]\}$  para a equação a diferenças com condições iniciais nulas ( $u[n]$  é a função degrau)

$$y[n+2] + 4y[n+1] + 4y[n] = 9u[n]$$

b) Determine  $y[n] = \mathcal{Z}^{-1}\{Y(z)\}$

$$Y(z) = \frac{9z}{(z-1)(z+2)^2}, \quad y[n] = \left( -(-2)^n + \frac{3}{2}n(-2)^n + 1 \right) u[n]$$

**10ª Questão:** a) Determine a solução forçada da equação a diferenças

$$y[n+1] - 3y[n] = n^2 3^n$$

$$y_f[n] = \frac{1}{9} n^3 3^n - \frac{1}{6} n^2 3^n + \frac{1}{18} n 3^n$$

b) Determine a solução da equação a diferenças acima para  $y[0] = 0$

$$y[n] = \frac{1}{9} n^3 3^n - \frac{1}{6} n^2 3^n + \frac{1}{18} n 3^n$$