1ª Questão: Determine a solução forçada (i.e. regime permanente) do sistema descrito pela função de transferência $H(s)$ abaixo quando a entrada é dada por $x(t) = 100\cos(5t) + 100\ \text{sen}(2t)$

$$H(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^3 + 5s^2 + 8s + 1}$$

$$H(j5) = 0.173\exp(-j0.996) \quad , \quad H(j2) = 0.243\exp(-j0.529)$$

$$y_f(t) = 17.3\cos(5t - 0.996) + 24.3\text{sen}(2t - 0.529) = 17.3\cos(5t - 57^o) + 24.3\text{sen}(2t - 30.3^o)$$

$$= (4.70-j7.26)\exp(j5t)+(4.70+j7.26)\exp(-j5t)+(-6.12-j10.5)\exp(j2t)+(-6.12+j10.5)\exp(-j2t)$$

2ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(s) = Y(s)/X(s)$ do sistema descrito pelas equações

$$\dot{v}_1 = -5v_2 + 7x \ , \ \dot{v}_2 = v_1 - 2v_2 - 3x \ , \ y = v_2$$

$$H(s) = \frac{-3s + 7}{s^2 + 2s + 5} = 5\frac{2}{(s+1)^2 + 4} - 3\frac{(s+1)}{(s+1)^2 + 4}$$

b) Determine a resposta causal ao impulso $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$ (condições iniciais nulas)

$$h(t) = \exp(-t)\big(5\text{sen}(2t) - 3\cos(2t)\big)u(t)$$
$$= \big((-1.5 - j2.5)\exp((-1 + j2)t) + (-1.5 + j2.5)\exp((-1 - j2)t)\big)u(t)$$

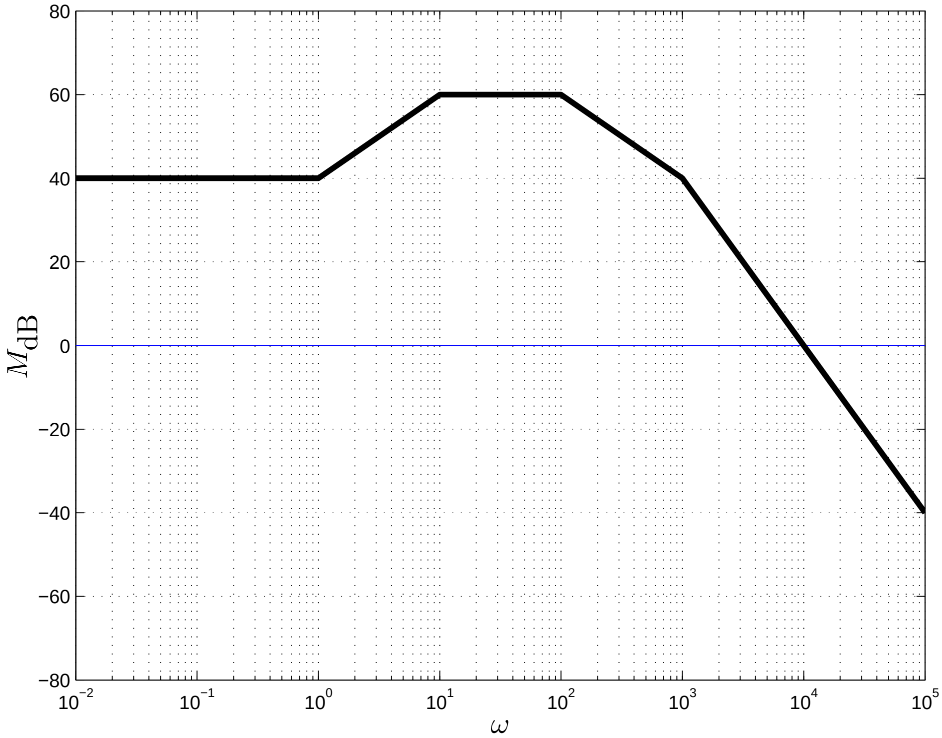
3ª Questão: Determine $Y(s)$ para o sistema descrito pela equação diferencial

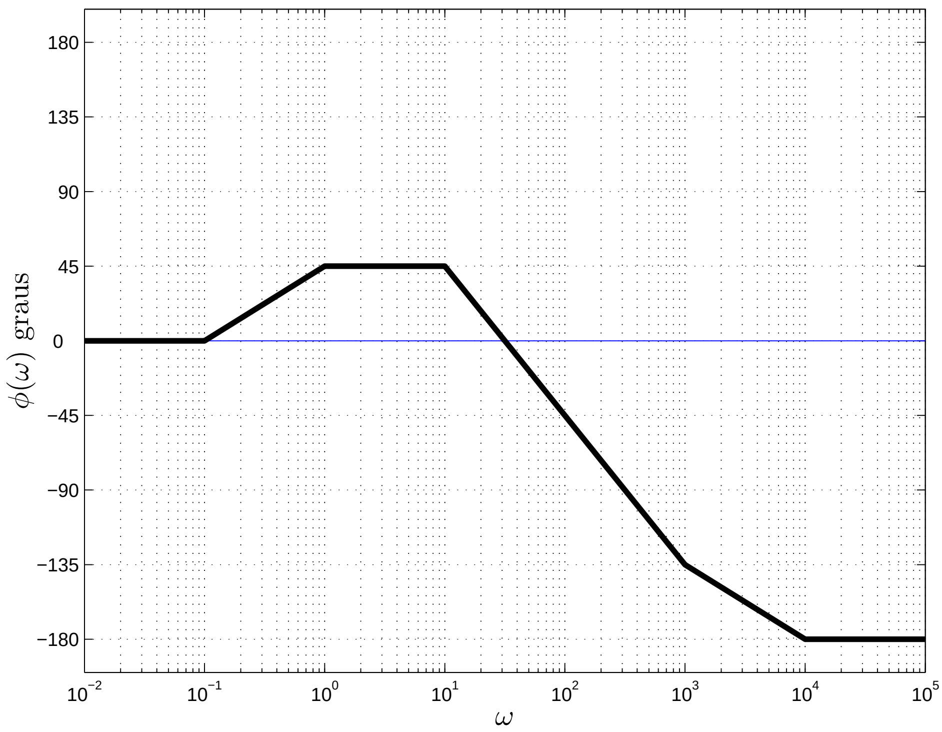
$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = 0 \quad , \quad y(0) = 0, \ y(1) = 1$$

$$y(t) = \frac{\dot{y}(0)}{2}\exp(-t)u(t) - \frac{\dot{y}(0)}{2}\exp(-3t)u(t)$$

$$Y(s) = \left(\frac{2}{\exp(-1) - \exp(-3)}\right)\frac{1}{(s+3)(s+1)} = \frac{6.29}{(s+3)(s+1)} = \frac{3.145}{s+1} - \frac{3.145}{s+3}$$

4ª Questão: a) Esboce as assíntotas de fase (em graus) do sistema linear invariante no tempo de fase mínima (pólos e zeros com parte real negativa) cujo diagrama assintótico de módulo (em dB) é mostrado abaixo.



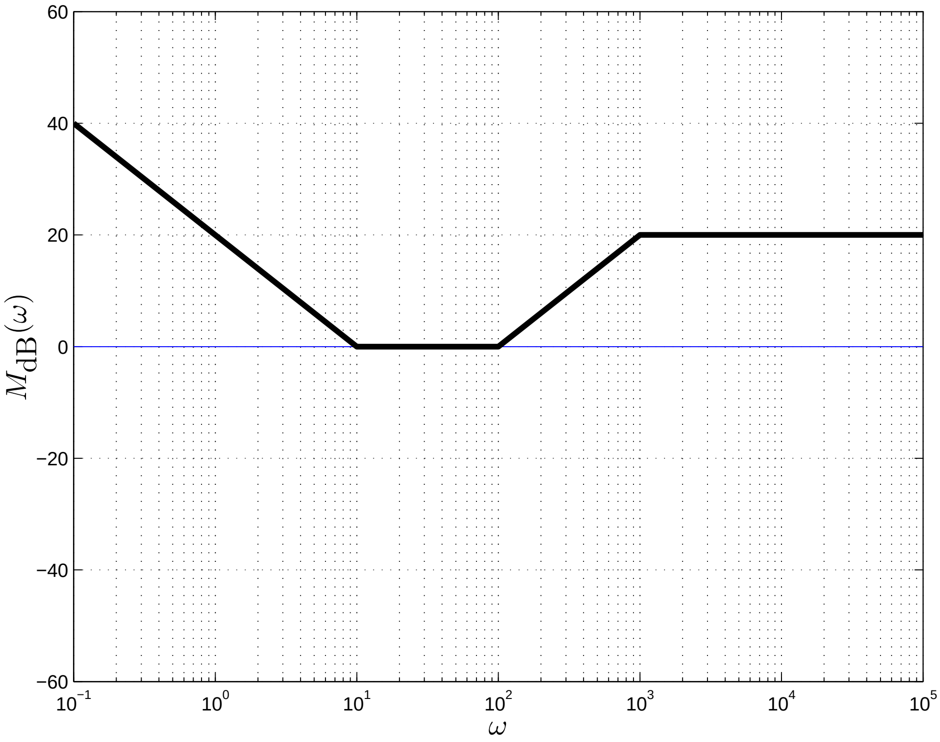


b) Determine a função de transferência $H(s)$ do sistema

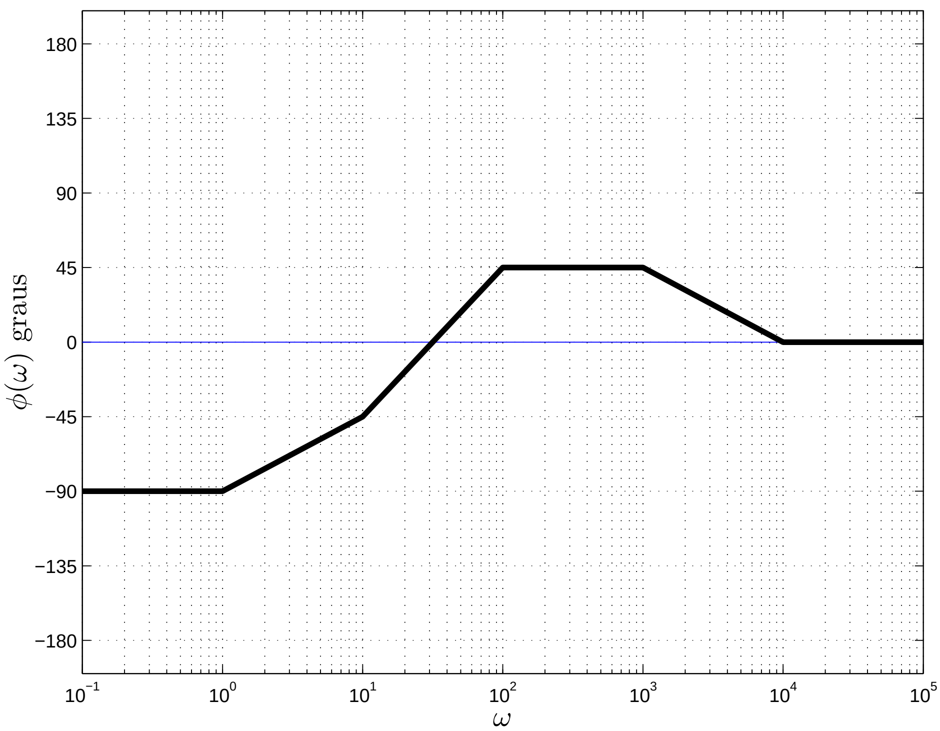
$$H(s) = \frac{10^8(s+1)}{(s+10)(s+100)(s+1000)} = \frac{100(s+1)}{(s/10+1)(s/100+1)(s/1000+1)}$$

5ª Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

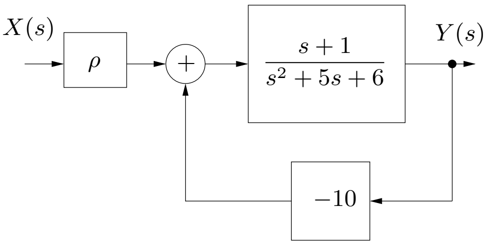
$$H(s) = \frac{10(s+10)(s+100)}{s(s+1000)}$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.



6ª Questão: Determine o valor de $\rho \in \mathbb{R}$ para que o sistema da figura ao lado apresente, em regime permanente, erro nulo para entrada degrau, isto é, quando $X(s) = 1/s$.



$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s) = \frac{\rho(s+1)}{(s^2+5s+6)+10(s+1)} \;,\; \lim_{t\to+\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sG(s)\frac{1}{s} = G(0) = \frac{\rho}{16} = 1 \;\Rightarrow\; \rho = 16$$

Determine a entrada $x(t)$ sabendo que $y_f(t) = (3/2)\exp(-t)\cos(t)$ é a solução forçada da equação diferencial

$$(p^2+4p+4)y(t) = x(t) \quad , \quad p = \frac{d}{dt}$$

$$x(t) = -3\exp(-t)\text{sen}(t)$$

8ª Questão: a) Determine a solução forçada da equação

$$(p^2+4)y(t) = \cos(2t)$$

$$y_f(t) = \frac{1}{4}t\ \text{sen}(2t)$$

b) Determine a solução da equação para as condições iniciais $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 1$

$$y(t) = \frac{1}{4}(t+2)\text{sen}(2t)$$

9ª Questão: a) Determine $Y(z) = \mathcal{Z}\{y[n]u[n]\}$ para a equação a diferenças

$$y[n+2] - 5y[n+1] + 6y[n] = 0 \quad , \quad y[0] = 1, y[1] = 1$$

b) Determine $y[n] = \mathcal{Z}^{-1}\{Y(z)\}$

$$Y(z) = \frac{z^2-4z}{(z-2)(z-3)} \quad , \quad y[n] = \big(2(2^n) - 3^n\big)u[n]$$

10ª Questão: a) Determine a solução forçada da equação a diferenças

$$y[n+1] - 2y[n] = n2^n$$

$$y_f[n] = 2^{(n-2)}(n^2-n) = -\frac{1}{4}n2^n + \frac{1}{4}n^2 2^n = -\frac{1}{4}n2^n + \frac{1}{4}n^2 2^n$$

b) Determine a solução da equação a diferenças acima para $y[0] = 1$

$$y[n] = 2^{(n-2)}(n^2-n+4) = -\frac{1}{4}n2^n + \frac{1}{4}n^2 2^n + 2^n$$