1ª Questão: Determine a solução forçada do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência $H(s)$ com

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 2\ , & |\omega| < 10 \\ 0\ , & |\omega| > 10 \end{cases} \quad , \qquad \angle H(j\omega) = -\omega$$

para a entrada $x(t) = 10\cos^2(t)$

$$x(t) = 10\cos^2(t) = 5 + 5\cos(2t) \quad , \quad y_f(t) = 10 + 10\cos(2t - 2)$$

2ª Questão: Determine os valores de γ para os quais o sistema abaixo deixa de ser controlável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} \gamma \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} x$$

$$\mathrm{Ctrb}(A, b) = \begin{bmatrix} b & Ab & A^2 b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & \gamma + 2 & 3\gamma + 4 \\ 0 & 2 & 2\gamma + 4 \\ 2 & 2\gamma + 2 & 4\gamma + 6 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \text{Não controlável para } \det(\mathrm{Ctrb}(A, b)) = 0$$

$$\det(\mathrm{Ctrb}(A, b)) = 8\gamma - 4\gamma^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma = 0, +\sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

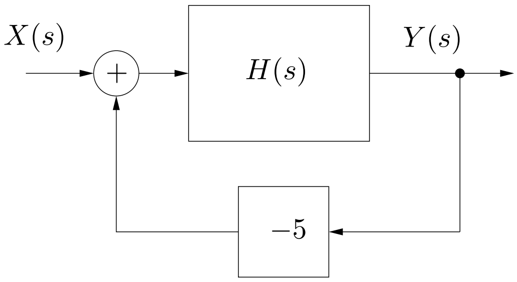
3ª Questão: Assinale "F" (falso) ou "V" (verdadeiro) para as afirmações abaixo sobre o sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} \gamma & 1 & \delta \end{bmatrix} v$$

F O sistema é controlável e observável para quaisquer α, β, γ e δ
V O sistema é controlável para $\alpha \neq 0$ e $\beta \neq 0$
V O sistema é observável para $\gamma \neq 0$ e $\delta \neq 0$
F O sistema é observável para $\delta \neq 0$ e γ qualquer
F O sistema é controlável para $\beta \neq 0$ e α qualquer

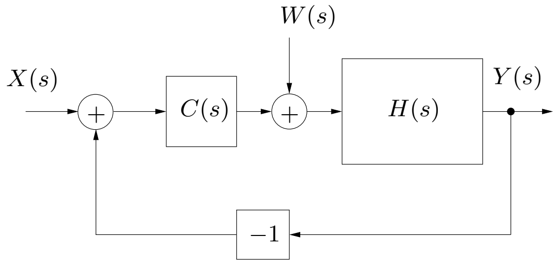
4ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 10$

$$H(s) = \frac{s^2 + a^2}{s^2 + 2s + a}$$



$$G(s) = \frac{s^2 + a^2}{6s^2 + 2s + a + 5a^2} \ , \ \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{a\big((2a-1)s^2 + 4as + a^2\big)}{(s^2+a^2)(6s^2 + 2s + a + 5a^2)}\Big|_{s=0} = \frac{1}{1+5a}\Big|_{a=10} = \frac{1}{51}$$

5ª Questão: Em relação à configuração mostrada ao lado, considerando que o sistema em malha fechada é estável, assinale "F" (falso) ou "V" (verdadeiro):



V Com entrada rampa e $W(s)$ nulo, para que o erro em regime seja nulo é preciso que $C(s)H(s)$ apresente pelo menos dois pólos na origem

F Para rejeitar perturbações $w(t)$ do tipo rampa é preciso que $C(s)H(s)$ apresente pelo menos um pólo na origem

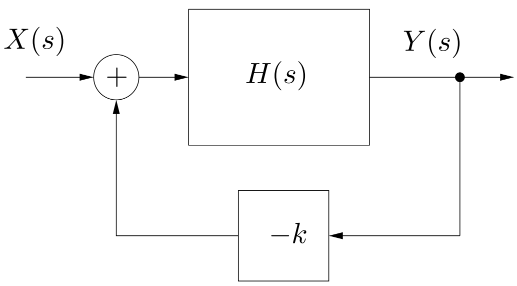
V Com entrada rampa, para que o erro em regime seja nulo e o sistema rejeite perturbações $w(t)$ do tipo rampa é preciso que $C(s)H(s)$ apresente pelo menos dois pólos na origem

F Se $C(s)H(s)$ apresenta dois pólos na origem, então o erro em regime é nulo para $W(s) = 0$ e entradas do tipo degrau, rampa ou parábola

F Se $C(s)H(s)$ apresenta três pólos na origem, o sistema rejeita perturbações $w(t)$ do tipo degrau, rampa e parábola mas pode apresentar erro em regime para entrada do tipo parábola

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 - s}{4s^3 + 16s + 12}$$



$$D(s) = 4s^3 + ks^2 + (16-k)s + 12 \quad , \quad 4 < k < 12$$

7ª Questão: Usando como função de Lyapunov $\psi(v) = v^2$, mostre que o ponto de equilíbrio $v = 0$ do sistema não linear dado por

$$\dot{v} = -2v^5$$

é assintoticamente estável.

$$\psi(0) = 0, \ \psi(v) > 0, \forall v \neq 0 \quad , \quad \dot{\psi}(v) = 2v\dot{v} = -4v^6 < 0, \forall v \neq 0, \ \dot{\psi}(0) = 0$$

8ª Questão: Conclua (com justificativa) sobre a estabilidade assintótica do sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$, sabendo que a equação de Lyapunov

$$A'P + PA = -\mathrm{I}$$

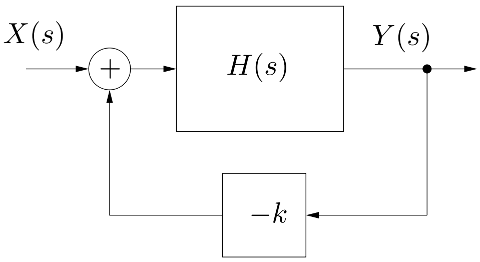
$$P = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

produziu como solução única a matriz P ao lado.

Menores principais líderes: 2, 4 e 0 $\Rightarrow$ sistema não é assintoticamente estável

9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

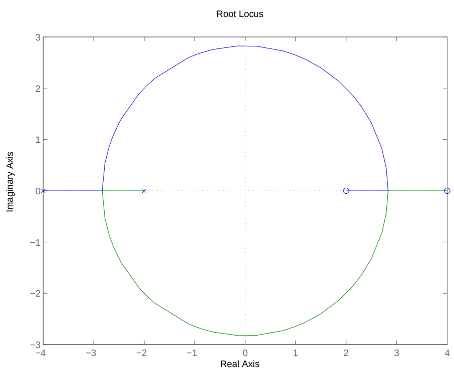
$$H(s) = \frac{s^2 - 6s + 8}{s^2 + 6s + 8} = \frac{(s-2)(s-4)}{(s+2)(s+4)}$$



a) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado

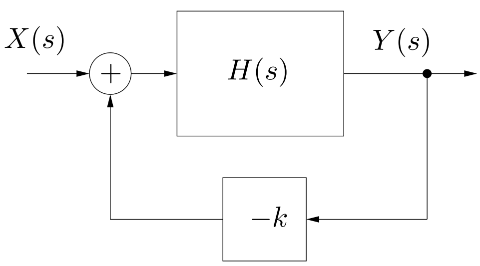
b) Determine os pontos de cruzamento no eixo imaginário $\pm\sqrt{8}$

c) Determine o valor de k nos pontos de cruzamento com o eixo imaginário $k = 1$



10ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

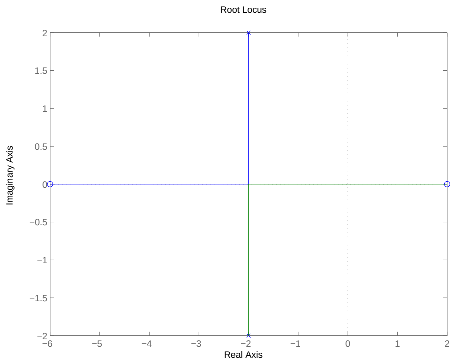
$$H(s) = \frac{s^2 + 4s - 12}{s^2 + 4s + 8} = \frac{(s-2)(s+6)}{(s+2-2j)(s+2+2j)}$$



a) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado

b) Determine o ponto de cruzamento no eixo real -2

c) Determine o valor de k no ponto de cruzamento com o eixo real $k = 1/4$


Root Locus
Imaginary Axis
Real Axis
2
1.5
1
0.5
0
−0.5
−1
−1.5
−2
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2