Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1ª Questão: Determine a solução forçada (i.e. regime permanente) do sistema descrito pela função de transferência $H(s)$ abaixo quando a entrada é $x(t) = \exp(-5t) + \cos(2t)$

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

$$H(s) = \frac{4(s-2)}{s+2}$$

2ª Questão: Determine a função de transferência $H(s) = Y(s)/X(s)$ do sistema linear invariante no tempo cuja resposta ao degrau é dada por

$$y_u(t) = \Big(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\exp(-2t)\cos(4t)\Big)u(t)$$

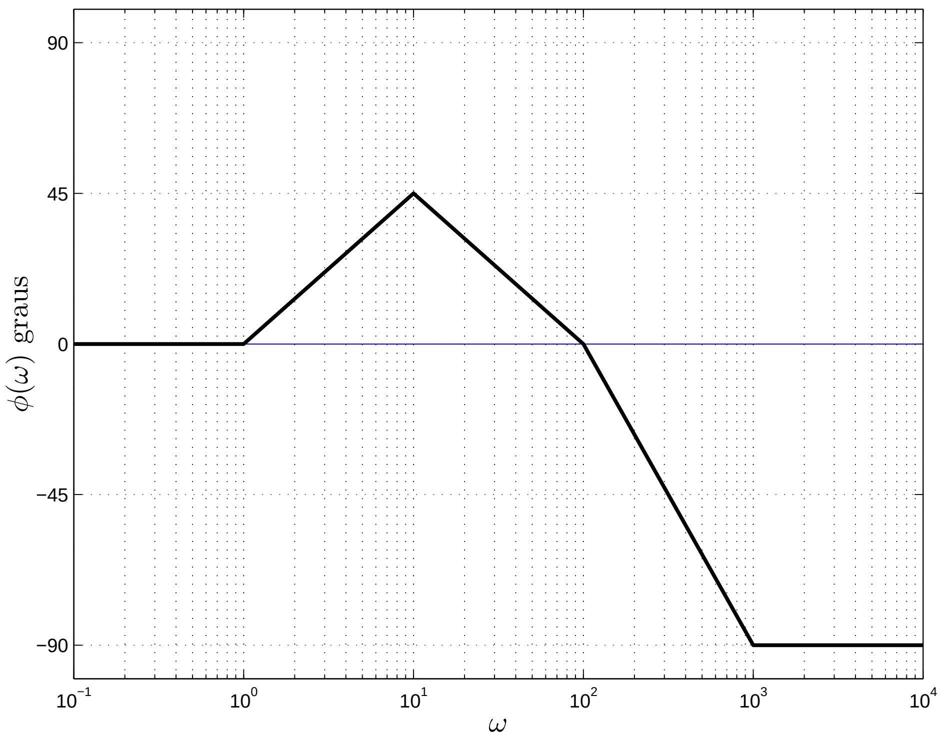
3ª Questão: Determine o valor final da resposta ao degrau, isto é,

$$\lim_{t\to+\infty} y_u(t)$$

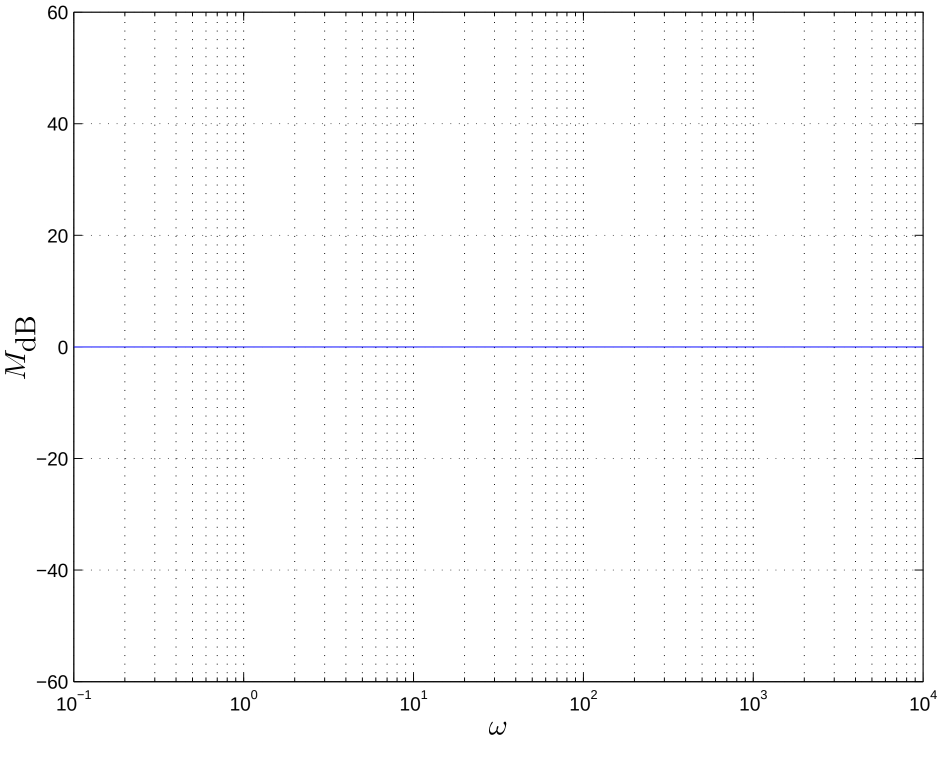
para o sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{s-8}{(s-2)(s+1)}$$

4ª Questão: Considere o diagrama assintótico de fase (diagrama de Bode em graus) de um sistema linear invariante no tempo com pólos estáveis (isto é, de parte real negativa) dado na figura abaixo.

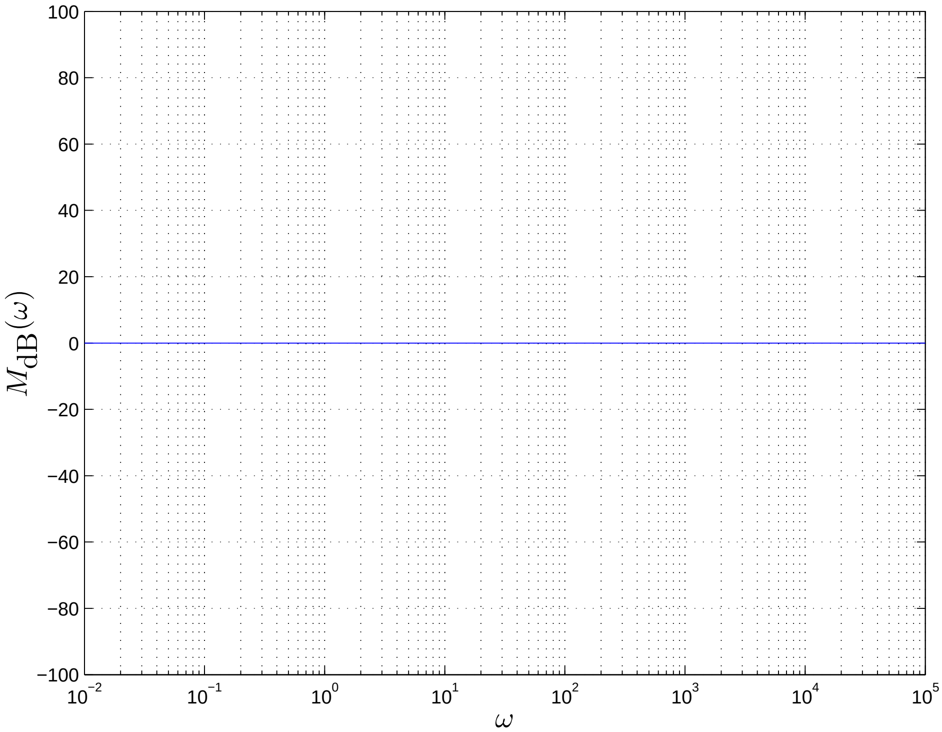


Sabendo que o valor DC é 0 dB, determine o diagrama assintótico de módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema.

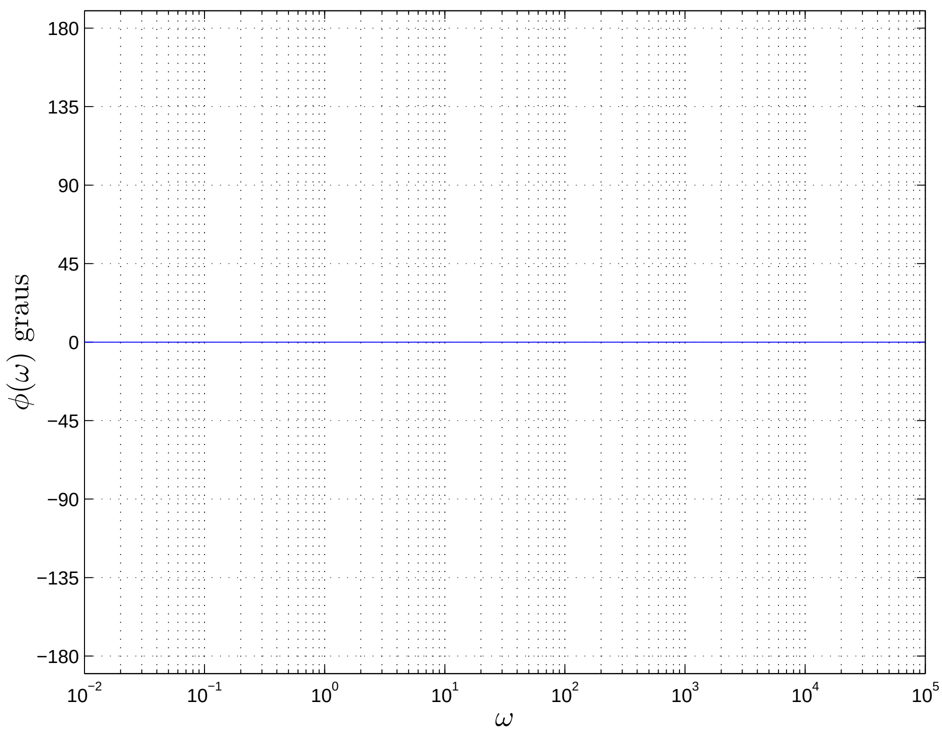


5ª Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{100s(s+1)}{(s+100)(s+1000)}$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.



6ª Questão: Determine o valor da condição inicial $y(0)$ para que a resposta à entrada $x(t) = \cos(2t)u(t)$ do sistema linear invariante no tempo descrito pela equação diferencial $\dot{y} + 2y = x$ não apresente transitório.

7ª Questão: Obtenha a solução da equação diferencial

$$p(p+1)y(t) = 1, \;\; y(0) = 3, \;\; \dot{y}(0) = -1, \quad p = \frac{d}{dt}$$

8ª Questão: a) Determine a solução forçada da equação

$$(p+2)y = t\exp(-2t) \ , \qquad p = \frac{d}{dt}$$

b) Determine a solução da equação para a condição inicial $y(0) = 1$

9ª Questão: a) Determine $Y(z)$, isto é, a transformada Z da solução da equação a diferenças abaixo em termos das condições iniciais $y[0]$ e $y[1]$

$$y[n+2] - 5y[n+1] + 6y[n] = 0, \;\; y[0], y[1] \text{ dados}$$

b) Determine a relação entre $y[0]$ e $y[1]$ para que a solução apresente apenas termos em 2^n

10ª Questão: Determine a entrada $x[n]$ da equação a diferenças

$$y[n+2] + y[n+1] - 6y[n] = x[n]$$

sabendo que a solução forçada da equação é dada por

$$y_f[n] = -\frac{9}{20}n2^n + \frac{1}{4}n^2 2^n$$

Consulta

Transformada de Laplace (unilateral):

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \int_0^{+\infty} x(t)\exp(-st)dt$$

$$\mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = s\mathcal{L}\{x(t)\} - x(0) \quad , \quad s \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\left\{x^{(m)}(t) = \frac{d^m x(t)}{dt^m}\right\} = s^m \mathcal{L}\{x(t)\} - \sum_{k=0}^{m-1} s^{m-k-1} x^{(k)}(0)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{t^m}{m!}\exp(-at)u(t)\right\} = \frac{1}{(s+a)^{m+1}} \ , \quad \mathrm{Re}(s+a) > 0 \ , \ m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{L}\{\cos(\beta t)\exp(-at)u(t)\} = \frac{s+a}{(s+a)^2+\beta^2} \quad , \ \mathrm{Re}(s+a) > 0$$

$$\mathcal{L}\{\mathrm{sen}(\beta t)\exp(-at)u(t)\} = \frac{\beta}{(s+a)^2+\beta^2} \quad , \ \mathrm{Re}(s+a) > 0$$

$$x(0^+) = \lim_{t\to 0^+} x(t) = \lim_{s\to+\infty} sX(s) \ , \quad \lim_{t\to+\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s)$$

Coeficientes a determinar (equações diferenciais)

$$D(p)y(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad y(t) = \sum_{k=1}^{m} a_k f_k(t), \qquad f_k(t) \text{ modos próprios (considerando multiplicidades)}$$

Se λ é raiz de multiplicidade r de $D(\lambda)$, então $\exp(\lambda t)$, $t\exp(\lambda t)$, $\ldots$, $t^{r-1}\exp(\lambda t)$ são modos próprios.

$$D(p)y(t) = N(p)x(t) \quad , \quad \text{se} \ \ \bar{D}(p)x(t) = 0 \text{ então } \ \bar{D}(p)D(p)y(t) = 0$$

$$\text{Solução forçada:} \quad y(t) = y_h(t) + y_f(t) \quad \Rightarrow \quad D(p)y_f(t) = N(p)x(t) \ , \ D(p)y_h(t) = 0$$

$$y_f(t) = \sum_{k=1}^{m} b_k g_k(t), \qquad g_k(t) \text{ modos forçados (considerando multiplicidades e ressonâncias)}$$

Resposta em Freqüência: $H(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\exp(-st)dt \quad , \quad H(j\omega) = H(s)\Big|_{s=j\omega}$

Diagramas assintóticos de Bode: gráficos do módulo (em dB) e da fase (em graus) versus a freqüência em escala logarítmica.

$$M_{\text{dB}}(\omega) = 20\log M(\omega) \ \text{ sendo log o logaritmo na base 10}$$

$$H(s) = H_1(s)H_2(s) \quad \Rightarrow \quad M_{\text{dB}}(\omega) = M_{1\text{dB}}(\omega) + M_{2\text{dB}}(\omega) \quad ; \quad \phi(\omega) = \phi_1(\omega) + \phi_2(\omega)$$

ω_c (freqüência de corte): encontro das assíntotas de baixa e alta freqüência

Pólos complexos: $0 < \xi < 1$, $\omega_n > 0$

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \Rightarrow \quad \lambda_2^* = \lambda_1 = -\xi\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\text{pico } (0 < \xi < 1/\sqrt{2}): \quad \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2} \quad ; \quad M(\omega_r) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

Transformada Z: $\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]z^{-k} \ , \quad \mathcal{Z}\{\delta[n]\} = 1, \quad \mathcal{Z}\{\delta[n+m]\} = z^m \ , m \in \mathbb{Z}$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{m-k} \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a}, \ \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} \ , \mathcal{Z}\{n^2 a^n u[n]\} = \frac{az^2 + a^2 z}{(z-a)^3}, \quad |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} a^{n-m}u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}}, \ \mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n+m \\ m \end{pmatrix} a^n u[n]\right\} = \frac{z^{(m+1)}}{(z-a)^{(m+1)}}, \ m \in \mathbb{N}, |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\{nx[n]\} = -z\frac{d}{dz}\mathcal{Z}\{x[n]\}$$

Coeficientes a determinar (equações a diferenças)

$$D(p)y[n] = 0 \quad \Rightarrow \quad y[n] = \sum_{k=1}^{m} a_k f_k[n] \quad f_k[n] \text{ modos próprios (considerando multiplicidades)}$$

Se λ é raiz de multiplicidade r de $D(\lambda)$, então λ^n, $n\lambda^n$, $\ldots$, $n^{r-1}\lambda^n$ são modos próprios.

$$D(p)y[n] = N(p)x[n] \quad , \quad \text{se } \ \bar{D}(p)x[n] = 0 \text{ então } \ \bar{D}(p)D(p)y[n] = 0$$

$$\text{Solução forçada:} \quad y[n] = y_h[n] + y_f[n] \quad \Rightarrow \quad D(p)y_f[n] = N(p)x[n] \ , \ D(p)y_h[n] = 0$$

$y_f[n]$: combinação linear dos modos forçados (considerando multiplicidades e ressonâncias)