EA616B — Análise Linear de Sistemas

Pedro L. D. Peres

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas

2º Semestre 2013: Aula 1 — Preliminares

Números complexos

a) Resolva o sistema linear de equações ($j = \sqrt{-1}$)

$$\begin{cases} (2-j)z_1 + 2z_2 = 7-j \\ -2jz_1 + (1+j)z_2 = 5-j \end{cases}$$

$$z_1 = 1+j \quad , \quad z_2 = 2-j$$

Números complexos

a) Resolva o sistema linear de equações ($j = \sqrt{-1}$)

$$\begin{cases} (2-j)z_1 + 2z_2 = 7-j \\ -2jz_1 + (1+j)z_2 = 5-j \end{cases}$$

$$z_1 = 1+j \quad , \quad z_2 = 2-j$$

Máximo do módulo

b) Determine o máximo valor do módulo da função de transferência abaixo, para $s = j\omega$, e a freqüência ω_r na qual o máximo ocorre

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$M(\omega_r) = 2/\sqrt{3} \quad , \quad \omega_r = 1/\sqrt{2}$$

Máximo do módulo

b) Determine o máximo valor do módulo da função de transferência abaixo, para $s = j\omega$, e a freqüência ω_r na qual o máximo ocorre

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$M(\omega_r) = 2/\sqrt{3} \quad , \quad \omega_r = 1/\sqrt{2}$$

Sinais ortogonais

c) Considere

$$x_1(t) = G_1(t-0.5),\ x_2(t) = tG_1(t-0.5),\ x_3(t) = (at^2 + bt - \frac{1}{6})G_1(t-0.5)$$

com $G_T(t) = u(t+T/2) - u(t-T/2)$, sendo $u(t)$ a função degrau. Determine a e b que tornam $x_3(t)$ ortogonal a $x_1(t)$ e a $x_2(t)$.

Obs.: $x(t)$ e $y(t)$ são ortogonais se

$$x(t) \perp y(t) \quad \Leftrightarrow \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) y^*(t) dt = 0$$

$$a = -1 \quad , \quad b = 1$$

Soma de exponenciais complexas

d) Mostre que o sinal

$$x[n] = 2\exp(n)\sin(2n + \pi/6)$$

pode ser expresso como uma soma de exponenciais complexas

$$x[n] = \exp\big(n + j(2n - \pi/3)\big) + \exp\big(n - j(2n - \pi/3)\big)$$

e) Mostre que o sinal

$$x[n] = 10j\exp\big((3+j)n\big) - 10j\exp\big((3-j)n\big)$$

pode ser expresso como

$$x[n] = \rho\exp(\alpha n)\cos(\omega n + \theta) \quad \rho > 0, \omega > 0$$

com ρ, α, ω e θ reais, dados por

$$x[n] = 20\exp(3n)\cos(n + \pi/2)$$

Teorema de Euler: $\exp(j\theta) = \cos(\theta) + j\sin(\theta) \quad , \quad \theta \in \mathbb{R}$

Módulo de número complexo

f) Considere o sistema descrito pela equação a diferenças

$$y[n] = \frac{1}{2}x[n] - \frac{1}{2}x[n-1]$$

com $x[n] = z^n$.
Mostre que o módulo de $y[n]$, para $z = \exp(j\omega)$, é dado por

$$|y[n]| = |j\exp(-j\omega/2)\sin(\omega/2)| = |\sin(\omega/2)|$$

Esboce $|y[n]|$ para ω entre $-\pi$ e $+\pi$.

$$H(z) = \frac{(1-z^{-1})}{2}, \quad H(z)\Big|_{z=\exp(j\omega)} = \frac{1-\exp(-j\omega)}{2} =$$

$$= j\exp(-j\omega/2)\left(\frac{\exp(j\omega/2)-\exp(-j\omega/2)}{2j}\right) = j\exp(-j\omega/2)\sin(\omega/2)$$

$$M(\omega) = |\sin(\omega/2)|, \quad \phi(\omega) = \frac{\pi}{2}\text{sinal}(\omega) - \frac{\omega}{2}$$

Módulo de número complexo

f) Considere o sistema descrito pela equação a diferenças

$$y[n] = \frac{1}{2}x[n] - \frac{1}{2}x[n-1]$$

com $x[n] = z^n$.

Mostre que o módulo de $y[n]$, para $z = \exp(j\omega)$, é dado por

$$|y[n]| = |j\exp(-j\omega/2)\sin(\omega/2)| = |\sin(\omega/2)|$$

Esboce $|y[n]|$ para ω entre $-\pi$ e $+\pi$.

$$H(z) = \frac{(1-z^{-1})}{2}, \quad H(z)\Big|_{z=\exp(j\omega)} = \frac{1-\exp(-j\omega)}{2} =$$

$$= j\exp(-j\omega/2)\left(\frac{\exp(j\omega/2)-\exp(-j\omega/2)}{2j}\right) = j\exp(-j\omega/2)\sin(\omega/2)$$

$$M(\omega) = |\sin(\omega/2)|, \quad \phi(\omega) = \frac{\pi}{2}\text{sinal}(\omega) - \frac{\omega}{2}$$