$1^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a solução forçada do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{240}{s^2 + 16}$$

para a entrada $x(t) = \exp(j2t) + \cos(2t)$

$$y_f(t) = 20\exp(j2t) + 20\cos(2t)$$

$2^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine os valores de c_1 e c_2 para os quais o sistema abaixo deixa de ser observável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 10 \end{bmatrix} v \quad , \quad y = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} v$$

$$\mathrm{Obsv}(A, c) = \begin{bmatrix} c \\ cA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ 2c_1 + 9c_2 & c_1 + 10c_2 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \text{Não observável para } \det(\mathrm{Obsv}(A, c)) = 0$$

$$\det(\mathrm{Obsv}(A, c)) = c_1^2 + 8c_1c_2 - 9c_2^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad c_1 = c_2, \; c_1 = -9c_2$$

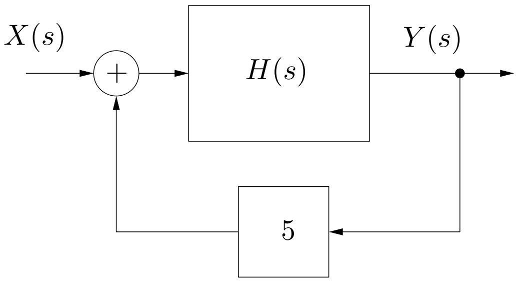
$3^{\underline{a}}$ **Questão:** Assinale "F" (falso) ou "V" (verdadeiro) para as afirmações abaixo sobre o sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & 1 \end{bmatrix} v$$

F O sistema é controlável e observável para quaisquer α e β
F O sistema não é controlável nem observável para $\alpha = 0$ e β qualquer
V O sistema é observável para $\alpha \neq 0$
F O sistema é controlável para $\alpha \neq 0$
F O sistema é observável para $\beta \neq 0$
V O sistema é controlável para $\beta \neq 0$

4ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 10$

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2+8s+2a}$$



$$G(s) = \frac{s+2}{s^2+8s+2a-5(s+2)} \;, \; \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{-2a}{s^2+3s+2a-10}\Big|_{s=0,a=10} = -2$$

5ª Questão: Considere o sistema (A, b, c, d) abaixo

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 6 & 2 & 3 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 9 & -13 & 2 & 7 & 8 & 4 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

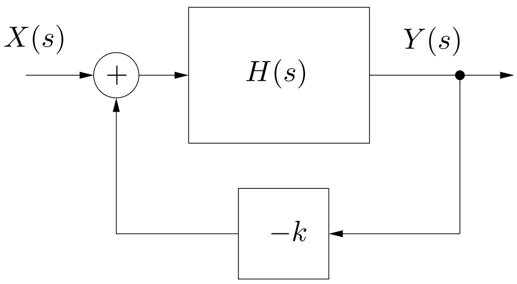
a) Determine os modos (autovalores) controláveis e os não controláveis

b) Determine a função de transferência

Controlável: -1; Não controláveis: 0, 1, 2, 3, 4; Função de transferência: $H(s) = \dfrac{9}{s+1}$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2+s+58}{s^3+7s^2+12s+10}$$



$$D(s) = s^3 + (7+k)s^2 + (12+k)s + 10 + 58k \quad , \quad 0 < k < 2, \; 37 < k$$

7ª Questão: Usando como função de Lyapunov $\psi(v) = v^2$, determine um conjunto Ω no espaço de estados no qual a função $\psi(v)$ garante a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio $v = 0$ do sistema não linear dado por

$$\dot{v} = v^3 - 5v$$

$$\psi(v) > 0, \forall v \neq 0 \quad , \quad \dot{\psi}(v) = 2v\dot{v} = (2v^2-10)v^2 < 0, \; -\sqrt{5} < v < \sqrt{5}$$

8ª Questão: Conclua (com justificativa) sobre a estabilidade assintótica do sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$, sabendo que a equação de Lyapunov

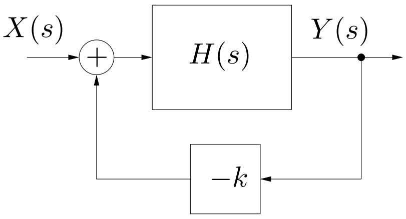
$$A'P + PA = -\mathrm{I}$$

produziu como solução única a matriz

$$P = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

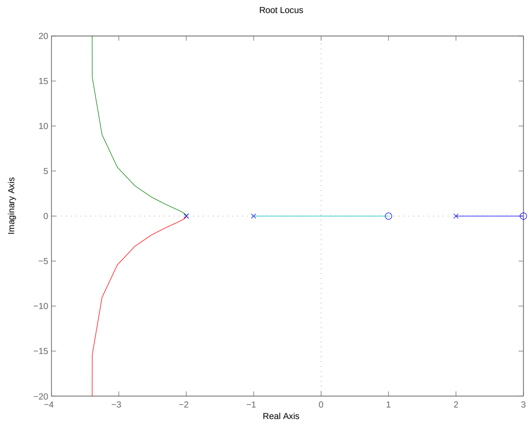
Menores principais líderes: 3, 5 e $-3 \Rightarrow$ sistema não é assintoticamente estável

9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

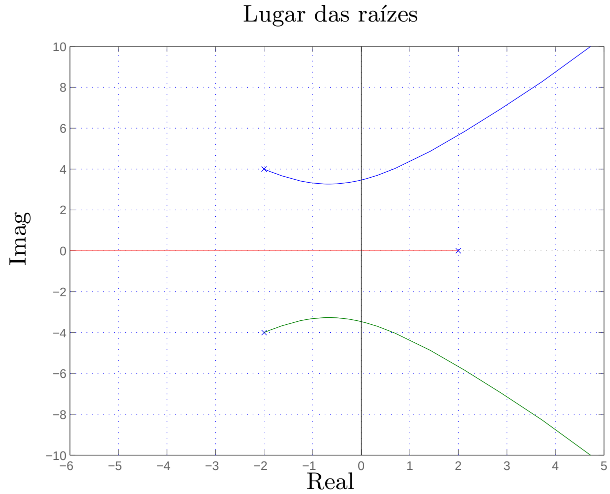


$$H(s) = \frac{s^2 - 4s + 3}{s^4 + 3s^3 - 2s^2 - 12s - 8} = \frac{(s-1)(s-3)}{(s+2)^2(s+1)(s-2)}$$

Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas: $(-2-2-1+2-1-3)/2 = -7/2$



10ª Questão: No lugar de raízes mostrado na figura, com pólos em 2 e $-2 \pm 4j$, considerando que os cruzamentos com o eixo imaginário ocorrem em 0 e (aproximadamente) em $\pm 4j$, determine o intervalo para o ganho k que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.



Ponto 0: $k = 40$
Pontos $\pm 4j$: $k = 2\sqrt{20}\sqrt{68} = 8\sqrt{85}$
$40 < k < 8\sqrt{85}$