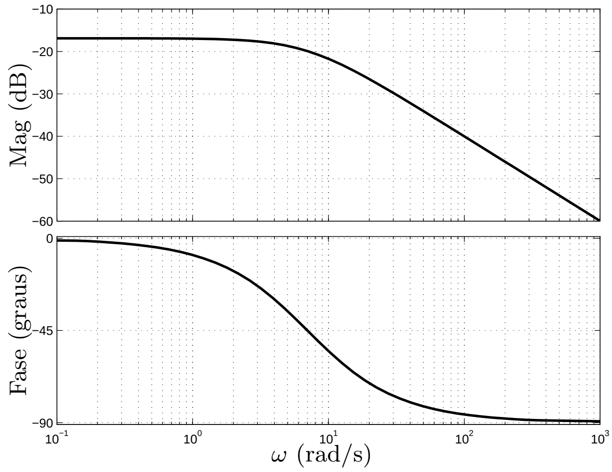
$1^{\underline{a}}$ Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x = 100\cos(7t)$ do sistema linear invariante no tempo BIBO estável cujo diagrama de Bode é dado por



$$y_f(t) = 10\cos(7t - 45^o)$$

$2^{\underline{a}}$ Questão: Determine os autovalores associados aos modos controláveis e não controláveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix} x$$

Autovalores: 1 (não controlável) e 2 (controlável), pois

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} 0 & 5 & 10 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não contr.)}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} -1 & 5 & 10 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 2 \text{ (contr.)}$$

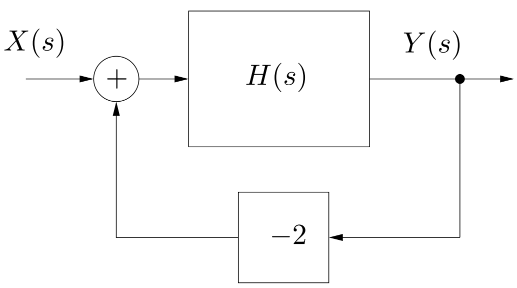
$3^{\underline{a}}$ Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é observável ou não? Justifique.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} v, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

$$\text{Obsv}(A, c) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ det} = 0, \text{ (não observável)}$$

$4^{\underline{a}}$ Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 1/5$

$$H(s) = \frac{2as + 10}{s^2 + 6as + 5a}$$



$$G(s) = \frac{2as + 10}{s^2 + 6as + 5a + 2(2as + 10)}, \quad \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{a(s^3 - 30s - 25)}{(as + 5)(s^2 + 10as + 20 + 5a)}\bigg|_{s=0, a=0.2} = \frac{-1}{21}$$

5ª Questão: Considere o sistema (A, b, c, d) abaixo

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ \alpha \end{bmatrix}$$

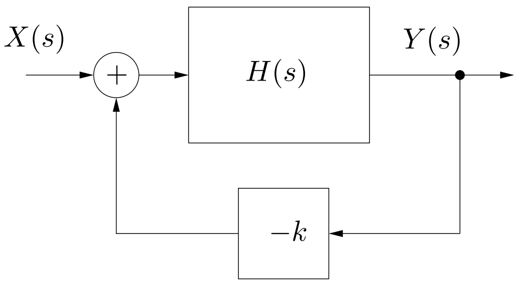
$$c = \begin{bmatrix} \beta & 0 & \beta & 1 & \beta & \beta \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

a) Determine para quais valores de α o sistema é controlável: nenhum

b) Determine para quais valores de β o sistema é observável: nenhum

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 - s}{s^3 + 7s + 10}$$



$$D(s) = s^3 + ks^2 + (7 - k)s + 10 \quad , \quad 2 < k < 5$$

7ª Questão: Determine se o sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável. Justifique.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} v$$

Estável, pois os autovalores são todos de parte real negativa ou nula, e o autovalor nulo está associado a blocos de Jordan de tamanho 1

8ª Questão: Conclua (com justificativa) sobre a estabilidade assintótica do sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ resolvendo a equação de Lyapunov $A'P + PA + 12\mathrm{I} = 0$ para

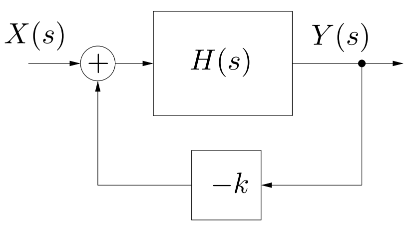
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix}, \quad A'P + PA = \begin{bmatrix} 12p_2 & p_1 - 5p_2 + 6p_3 \\ p_1 - 5p_2 + 6p_3 & 2p_2 - 10p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 0 \\ 0 & -12 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} -11 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad P \text{ indefinida, sistema não é assint. estável}$$

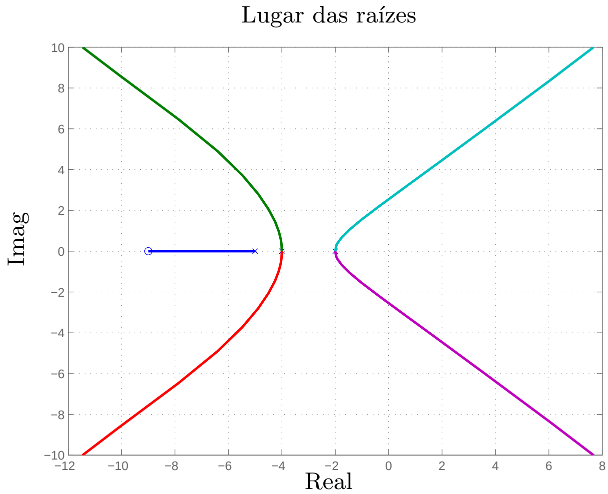
9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s + 9}{(s+2)^2 (s+4)^2 (s+5)}$$

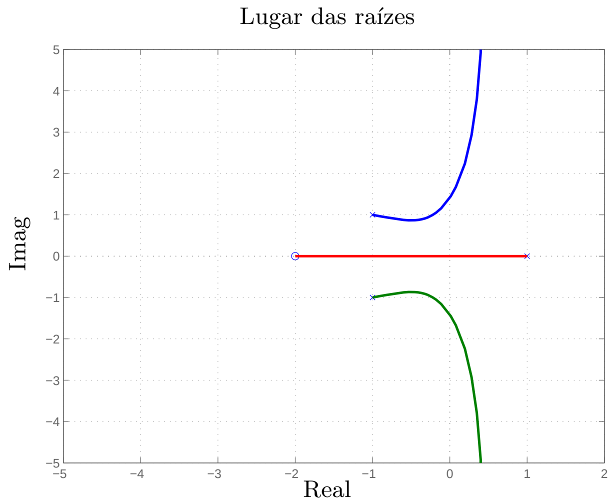


Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas

$$\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \quad (-2-2-4-4-5-(-9))/4 = -2$$



10ª Questão: No lugar de raízes mostrado na figura, com pólos em 1, $-1 \pm j$ e um zero em -2, determine o intervalo para o ganho k que garante a estabilidade do sistema em malha fechada. Obs. Considere que os cruzamentos com o eixo imaginário ocorrem em 0 e (aproximadamente) em $\pm 1.4j$.



Ponto 0: $k = 1$

Pontos $\pm 1.4j$: $k = \dfrac{\sqrt{1.4^2+1}\sqrt{2.4^2+1}\sqrt{0.4^2+1}}{\sqrt{1.4^2+4}} \approx 2$

$1 < k < 2$