1ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x = 10$ do sistema linear invariante no tempo BIBO estável cujo realização (A, b, c, d) é dada por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} x$$

$$y_f(t) = H(0) \times 10 = 10 \left(\frac{6s^2 + 4s + 2}{s^3 + 3s^2 + 2s + 1} + 2 \right)_{s=0} = 40$$

2ª Questão: Determine os autovalores associados aos modos controláveis e não controláveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 14 & -21 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 7)(\lambda - 8)$$

Autovalores: 7 (controlável) e 8 (não controlável), pois

$$M_7 = \begin{bmatrix} 7 & -21 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} 7 & -21 & 3 \\ 2 & -6 & 1 \end{bmatrix} = 2 \text{ (contr.)}, \quad M_8 = \begin{bmatrix} 6 & -21 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} 6 & -21 & 3 \\ 2 & -7 & 1 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não contr.)}$$

3ª Questão: Para o sistema linear invariante no tempo dado abaixo, determine: a) Os valores de α para os quais o sistema é controlável; b) Os valores de β para os quais o sistema é observável

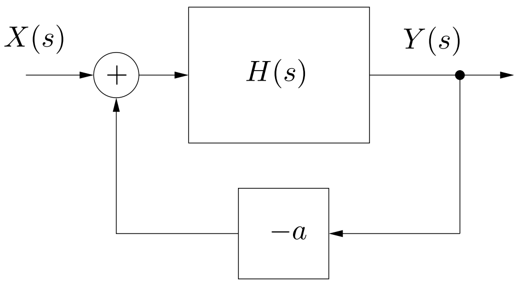
$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} \beta & \beta & 1 \end{bmatrix} v$$

a) Contr.: $\alpha \neq 0$ controlável
b) Observ.

$$\text{Obsv}(A, c) = \begin{bmatrix} \beta & \beta & 1 \\ -1 & -1+\beta & -1+\beta \\ 1-\beta & -\beta & 0 \end{bmatrix}, \text{ det} = 2\beta^2 - 2\beta + 1 = 0, \ \beta \neq 0.5 \pm 0.5j \ \text{ observável}$$

4ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 5$

$$H(s) = \frac{s + a}{s^2 - 3as + 5a}$$



$$G(s) = \frac{s + a}{s^2 - 2as + 5a + a^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{a(3s^2 - 5s - 2as - a^2)}{(s + a)(s^2 - 2as + 5a + a^2}\Big|_{s=0, a=5} = -1/2$$

5ª Questão: Utilizando a tabela de Routh-Hurwitz, determine quantas raízes do polinômio $D(s)$ possuem parte real positiva. Justifique a resposta.

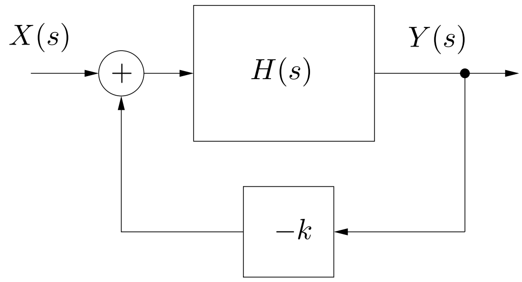
$$D(s) = s^4 + 5s^3 + 3s^2 + 2s + 2$$

s^4	1	3	2
s^3	5	2	
s^2	13/5	2	
s	$-24/13$		
1	2		

Duas trocas de sinal $\Rightarrow$ duas raízes com parte real positiva.

6ª Questão: Determine o intervalo para $k \in [0, +\infty)$ tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 - s}{2s^3 + 7s + 5}$$



$$D(s) = 2s^3 + ks^2 + (7 - k)s + 5 \quad , \quad 2 < k < 5$$

7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável? Justifique

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} v$$

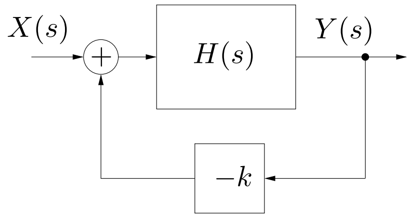
Estável, pois possui um bloco de Jordan de autovalor nulo e tamanho 1 e um bloco modal com autovalores $\pm j$

8ª Questão: Conclua (com justificativa) sobre a estabilidade assintótica do sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ resolvendo a equação de Lyapunov $A'P + PA + 8\mathrm{I} = 0$ para

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix}, \quad A'P + PA = \begin{bmatrix} 8p_1 + 2p_2 + 8 & 4p_2 + p_3 - 4p_1 \\ 4p_2 + p_3 - 4p_1 & -8p_2 + 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} -5/4 & 1 \\ 1 & -9 \end{bmatrix}, \quad P \text{ não é definida positiva, sistema não é assint. estável}$$

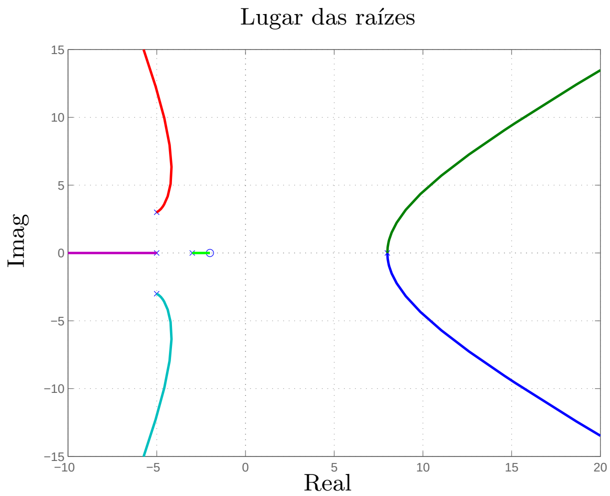
9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com



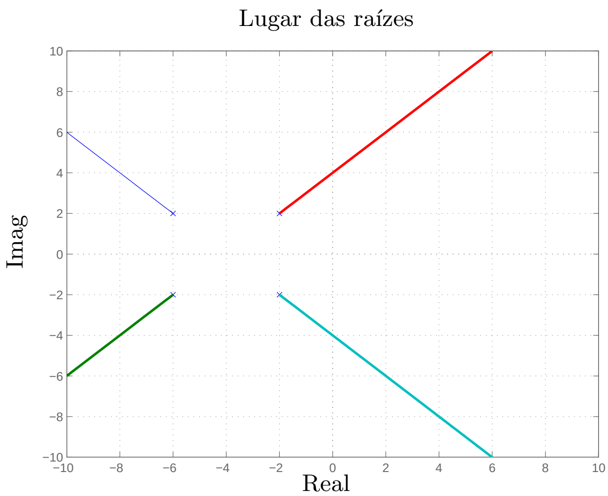
$$H(s) = \frac{s+2}{(s+5)(s+5+3j)(s+5-3j)(s+3)(s-8)^2}$$

Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas

$$\frac{\pi}{5}, -\frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, -\frac{3\pi}{5}, \pi \quad (-5-5-5-3+8+8-(-2))/4 = 0$$



10ª Questão: No lugar de raízes mostrado na figura, com pólos em $-6 \pm 2j$ e $-2 \pm 2j$, determine o máximo valor para o ganho $k \in [0, +\infty)$ que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.



Ponto $\pm j4$: $k = \sqrt{8}\sqrt{40}\sqrt{40}\sqrt{72} = (2\sqrt{2})40(6\sqrt{2}) = 960$