PR3 2s2015

Gráfico:
$20\log|H(0)| = 20 \Rightarrow H(0) = 10$

Q1 $y_f(t) = H(w)\Big|_{w=w_0} \cdot x(t) = H(0)\cdot 10 = 100$

Lembrar P1!

Q2. $\boxed{\text{Slide 5, Cap 19}}$

- Caculando os auto valores:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 3 \\ 0 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)(2-\lambda) = 0 \Rightarrow \begin{array}{l}\lambda = 1 \\ \lambda = 2\end{array}$$

- Analizar o rank de $\begin{bmatrix} A-\lambda I \\ C \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda = 1: \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ Tem rank 2 logo é observável.

$\lambda = 2: \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow$ Tem rank 1 logo não é observável.

Q3 $\boxed{\text{Slide 26, Cap 19}}$ $\Rightarrow$ É facil calcular A^2b!

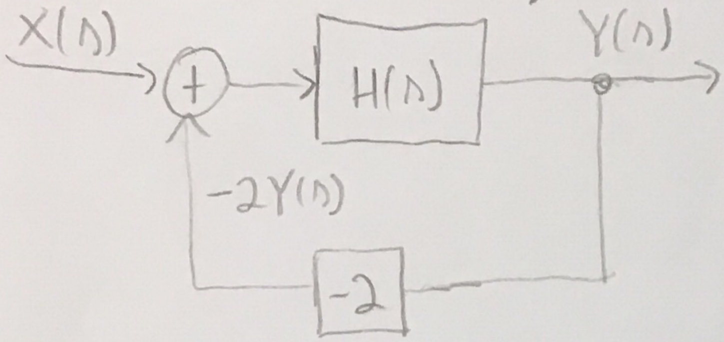
$$A^2b = A\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A}\underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}}_{Ab} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{trl} = [b \;\; Ab \;\; A^2b] = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(C_{trl}) = 1+8+27-6-6-6 = 18$$

- Como $\det(C_{trl}) \neq 0$ o sistema é controlável

Q4 • Malha fechada: $\Rightarrow Y(s) = (X(s) - 2Y(s))\,H(s)$



$$Y(s) + 2H(s)Y(s) = H(s)X(s)$$

$$Y(s) = \underbrace{\left(\frac{H(s)}{1+2H(s)}\right)}_{G(s) \Rightarrow \text{Ganho de malha fechada}} X(s)$$

$$G(s) = \frac{\dfrac{as+5}{s^2+3as+10a}}{1 + \dfrac{2(as+5)}{s^2+3as+10a}} = \frac{as+5}{s^2+3as+10a+2as+10}$$

$$\frac{\partial G}{\partial a} = \frac{s(s^2+5as+10a+10) - (as+5)(5s+10)}{(s^2+5as+10a+10)^2}$$

• Aplicando $s=0$ e $a=\frac{1}{2}$

$$\frac{\partial G}{\partial a} = \frac{-10}{15^2} \quad ; \quad \frac{a}{G} = \frac{15}{2\cdot 5} \Rightarrow \frac{\partial G}{\partial a}\cdot\frac{a}{G} = \frac{-10}{15^2}\cdot\frac{15}{10} = -\frac{1}{3}$$

Q5. • Para a controlabilidade e observabilidade: não pode-se ter dois blocos de Jordan com mesmo autovalores

• Controlabilidade: as linhas de b referente às últimas linhas dos blocos de Jordan de A devem ser não nulas.

• Observabilidade: O mesmo do anterior, porém para a primeira coluna.

a) α está nas posições da última linha: $\alpha \neq 0$

c) Temos um "0" na primeira posição $\Rightarrow$ o sist. ñ é controlável.

Q6. • Precisamos analisar apenas o denominador do ganho em malha fechada:

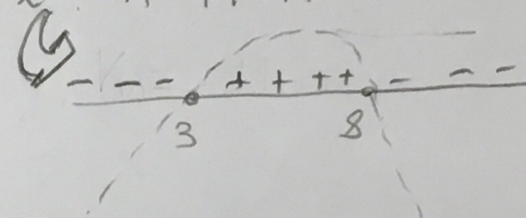
$$\boxed{1+K\cdot H(s)} \Rightarrow s^3+11s+24+K(s^2-s)+24 = D(s)$$

$$D(s) = s^3 + Ks^2 + (11-K)s + 24$$

Slide 21, Cap 20: Tabela de Routh

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & (11-K) \\ s^2 & K & 24 \\ s^1 & \frac{11K-K^2-24}{K} & \\ s^0 & 24 & \end{array}$$

$K>0$ e $-K^2+11K-24>0$ e



Assim: $3<K<8$ p/ que o sistema seja estável

Q7 Slide 58, Cap 20: Possui autovalor nulo com bloco de jordan de tamanho 2.

Ps: Lembrar de $me^{0t}+m\cdot t\cdot e^{0\cdot t}$

Q8. $A'P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_2 & p_4 \\ -2p_1-3p_2 & -2p_2-3p_4 \end{bmatrix}$

$P\cdot A = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_2 & -2p_1-3p_2 \\ p_4 & -2p_2-3p_4 \end{bmatrix}$

$A'P+PA = \begin{bmatrix} 2p_2 & -2p_1-3p_2+p_4 \\ -2p_1-3p_2+4p_4 & -4p_2-6p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} p_2=-1 \\ p_4=1 \\ p_1=1 \end{array}$

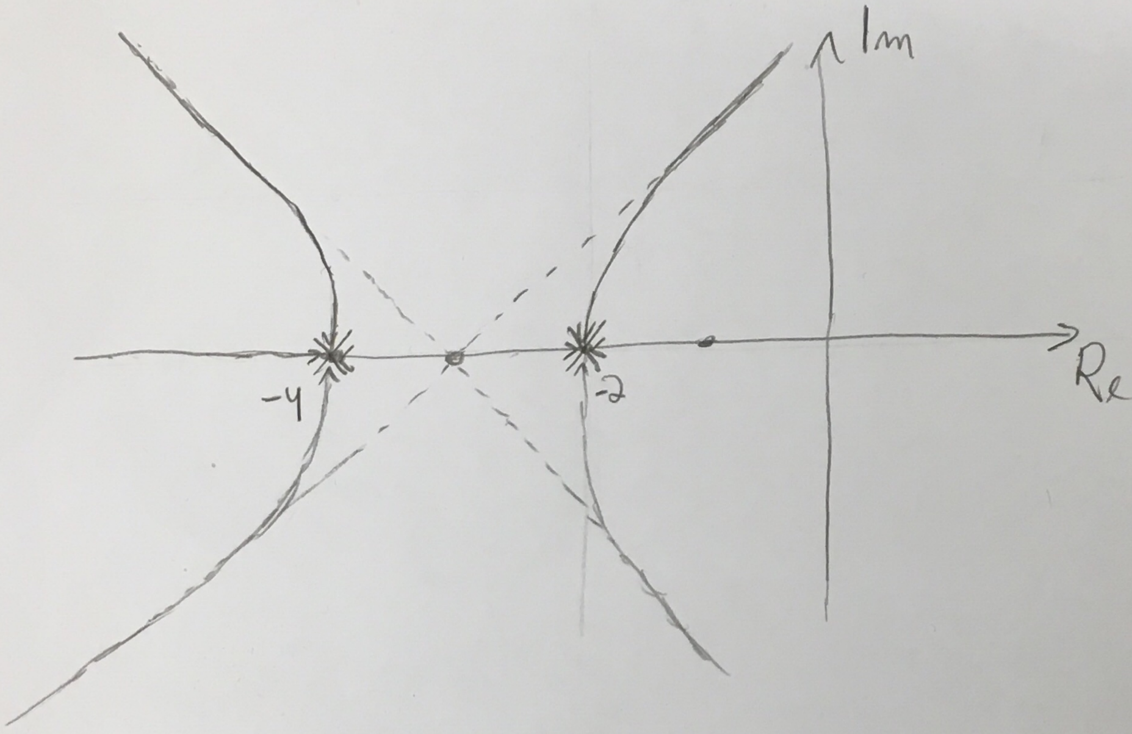
$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$ P é definida positiva $\Rightarrow$ o sistema é ass. estável!

Q9 • Assíntotas: $\eta = \overset{\text{Pólos}}{m} - \overset{\text{Zeros}}{\ell} = 4 - 0 = 4$ assíntotas

Por simetria, os angulos das assíntotas $\rightarrow \boxed{\frac{\pi}{4} ; -\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4} ; -\frac{3\pi}{4}}$

• Encontro das assíntotas: $\frac{(-2-2-4-4)}{4} = -\frac{12}{4} = -3$

• Ângulo de partida: Pólos repetidos: $\boxed{\mp\frac{\pi}{2}}$



Q10. Polinômio denominador: $D(s) = (s-1)(s+2+2j)(s+2-2j)$

$D(s) = (s-1)(s^2+4s+4+4) = s^3+4s^2+8s-s^2-4s-8$

$D(s) = s^3+3s^2+4s-\underline{8}$

• Fazendo Routh: $1 + \frac{K \cdot 1}{D(s)} = \frac{D(s)+K}{D(s)}$ → Fazer routh p/ determinar a estabilidade

$\Rightarrow s^3+3s^2+4s+(K-8)$

s^3	1	4
s^2	3	K-8
s^1	$\frac{12-K+8}{3}$	
s^0	$\frac{K-8-12}{3}$	

P/ termos a estabilidade: $K-8>0 \Rightarrow \boxed{K>8}$

$20-K>0 \Rightarrow \boxed{K<20}$

⇓ É equivalente

→ a ter os pólos no lado esquerdo do plano!