1ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x = \cos(4t) + \text{sen}(2t)$ do sistema linear invariante no tempo cuja realização (A, b, c, d) é dada por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} x$$

$$H(s) = \frac{s^2+1}{s^2+9}, \quad y_f(t) = |H(j4)|\cos(4t) + |H(j2)|\text{sen}(2t) = \frac{15}{7}\cos(4t) - \frac{3}{5}\text{sen}(2t)$$

2ª Questão: Determine os autovalores associados aos modos controláveis e não controláveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda-3)(\lambda-6)$$

Autovalores: 3 (controlável) e 6 (não controlável), pois

$$M_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, \text{rank}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = 2\text{ (contr.)}, \quad M_6 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \text{rank}\begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} = 1\text{ (não contr.)}$$

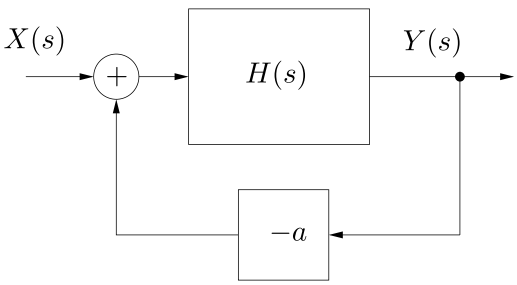
3ª Questão: Para o sistema linear invariante no tempo dado abaixo, determine os valores de α e β (reais) para que o sistema seja observável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} v, \quad y = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \end{bmatrix} v$$

$$\text{Obsv}(A,c) = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ 3\alpha & 5\alpha + 4\beta \end{bmatrix}, \det(\text{Obsv}(A,c)) = 5\alpha^2 + \alpha\beta \neq 0, \quad \alpha \neq 0,\ \beta \neq -5\alpha$$

4ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 5$

$$H(s) = \frac{s-3a}{s^2+2as-5a}$$



$$G(s) = \frac{s-3a}{s^2+3as-5a-3a^2}\ ,\ \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{-a(6s^2-5s-6as+9a^2)}{(s-3a)(s^2+3as-5a-3a^2)}\Big|_{s=0} = \frac{-3a}{5+3a}\Big|_{a=5} = -3/4$$

5ª Questão: Utilizando a tabela de Routh-Hurwitz, determine quantas raízes do polinômio $D(s)$ possuem parte real positiva. Justifique a resposta.

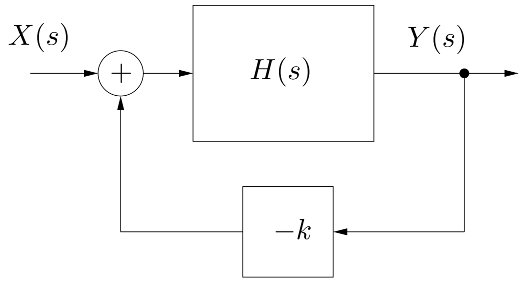
$$D(s) = s^5 + s^4 + 5s^3 + 4s^2 + 10s + 2$$

s^5	1	5	10
s^4	1	4	2
s^3	1	8	
s^2	-4	2	
s	$34/4$		
1	2		

Duas trocas de sinal $\Rightarrow$ duas raízes com parte real positiva.

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 - s}{2s^3 + 6s^2 + 3s + 7}$$



$$D(s) = 2s^3 + (k+6)s^2 + (3-k)s + 7 \quad , \quad -4 < k < 1$$

7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável? Justifique

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} v$$

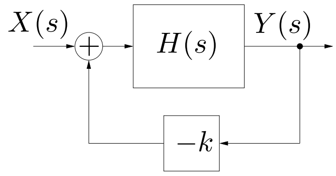
Instável, pois possui um bloco modal de Jordan de autovalores $\pm j$

8ª Questão: O sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ analisado com a função de Lyapunov $\psi(v) = v'Pv$ produziu

$$P = \begin{bmatrix} 10 & -\alpha \\ -\alpha & 3 \end{bmatrix}, \quad A'P + PA = \begin{bmatrix} -5 & -\beta \\ -\beta & -3 \end{bmatrix}$$

Para que valores de α e β reais o sistema é assintoticamente estável?

$$P > 0 \Rightarrow 30 - \alpha^2 > 0 \Rightarrow -\sqrt{30} < \alpha < \sqrt{30},$$
$$A'P + PA < 0 \Rightarrow -(A'P + PA) > 0 \Rightarrow 15 - \beta^2 > 0 \Rightarrow -\sqrt{15} < \beta < \sqrt{15}$$

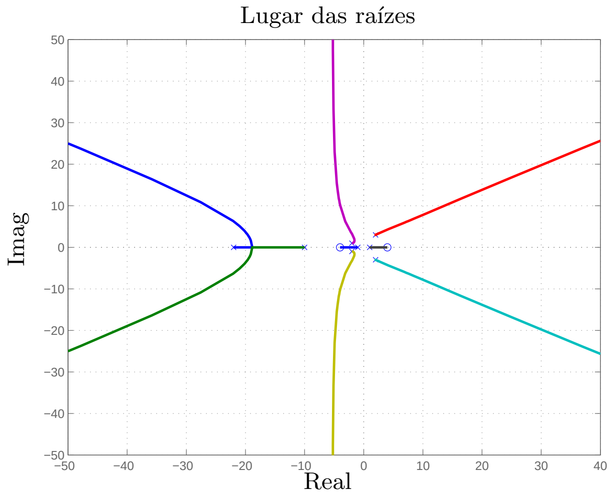


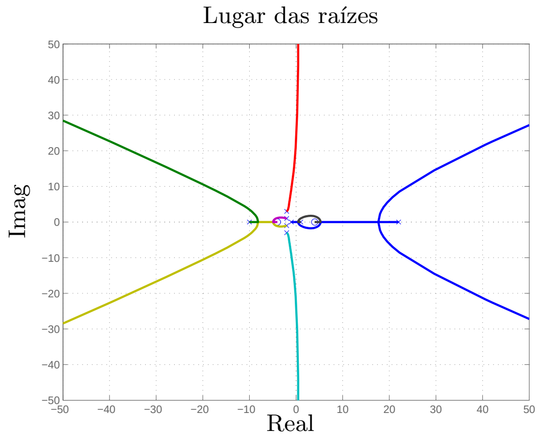
9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{(s+4)(s-4)}{(s-1)(s+1)(s+10)(s-22)(s+2+j)(s+2-j)(s+2+3j)(s+2-3j)}$$

Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas

$$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{-\pi}{6}, \frac{-\pi}{2}, \frac{-5\pi}{6} \qquad (-2-2-1+1-2-2-10+22-(-4+4))/6 = 4/6 = 2/3$$





10ª Questão: No lugar de raízes mostrado na figura, com polos em 1 e $-1\pm 4j$, determine o intervalo para o ganho $k \in [0, +\infty)$ que garante a estabilidade do sistema em malha fechada, considerando que os cruzamentos com o eixo imaginário ocorrem em 0, $j4$ e $-j4$.

Ponto 0: $1\sqrt{17}\sqrt{17} = 17$, Pontos $\pm j4$: $1\sqrt{17}\sqrt{65}$

$$17 < k < \sqrt{17}\sqrt{65}$$