1ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{3z^3 + 11z^2 + 3z}{(z+1)^2(z+2)}, \quad 1 < |z| < 2$$

$$X(z) = \frac{3z^3 + 11z^2 + 3z}{(z+1)^2(z+2)} = X(z) = \frac{-5z}{(z+1)^2} + \frac{10z}{(z+1)} - \frac{7z}{z+2}, \quad x[n] = (10-5n)(-1)^{n-1}u[n] + 7(-2)^n u[-n-1]$$

2ª Questão: Determine o valor inicial $x[0]$ e o valor final $\lim_{n\to+\infty} x[n]$ da sequência cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{240z^3 + 152z^2 - 28z}{(z-1)(5z-1)(8z-1)}, \quad |z| > 1$$

$$x[0] = \lim_{|z|\to+\infty} X(z) = 6, \quad x[+\infty] = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z) = 13$$

3ª Questão: Determine, para a distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta $\mathbb{X}$, cuja transformada Z é

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{3}{z^2 - 6z + 8}, \ |z| < 2$$

a) $\Pr\{\mathbb{X} = 0\} = 3/8$ b) $\Pr\{\mathbb{X} = 1\} = 9/32$

c) $\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \left(z\frac{d}{dz}\right) \frac{3}{z^2 - 6z + 8}\Big|_{z=1} = \frac{-3(2z-6)}{(z^2-6z+8)^2}\Big|_{z=1} = \frac{4}{3}$

4ª Questão: a) Determine $Y(z)$, isto é, a transformada Z da solução causal $y[n]$ da equação a diferenças abaixo em termos de $y[0]$ e $y[1]$

$$y[n+2] + 7y[n+1] + 12y[n] = 0$$

b) Determine a solução $y[n] = \mathcal{Z}^{-1}\{Y(z)\}$ para $y[0] = 1, y[1] = -1$

$$Y(z) = \frac{z^2 y[0] + z(7y[0] + y[1])}{(z+3)(z+4)}, \quad y[n] = (3(-3)^n - 2(-4)^n)u[n]$$

5ª Questão: Determine uma equação a diferenças homogênea e as condições iniciais que produzem como solução a sequência

$$y[n] = (1 + 2^n)(1 - 2^n)$$

$$y[n] = (1 + 2^n)(1 - 2^n) = 1 - 4^n$$

$$(p-1)(p-4)y[n] = (p^2 - 5p + 4)y[n] = 0, \ y[0] = 0, \ y[1] = -3$$

6ª Questão: a) Determine os pontos de equilíbrio do sistema abaixo para $x = 1$

$$\dot{v} = -(v + x)v(v - x), \quad v \in \mathbb{R}$$

$$(0),\ (-1),\ (1)$$

b) Para cada ponto de equilíbrio, determine o jacobiano, isto é, o sistema linearizado (A e b) tais que em torno dos pontos de equilíbrio tenha-se

$$\dot{v} = Av + bx$$

caracterizando o comportamento como instável ou assintoticamente estável em cada ponto

$$A = [-3v^2 + x^2],\ b = [2vx]$$

$$(0) : A = [1], b = [0] \text{ (inst.)}, \quad (-1) : A = [-2], b = [-2] \text{ (ass. est.)}, \quad (1) : A = [-2], b = [2] \text{ (ass. est.)}$$

7ª Questão: Determine uma realização (A, b, c, d) para o sistema linear invariante no tempo descrito pela equação diferencial

$$\dddot{y} - 7\ddot{y} - 5\dot{y} + 3y = 2\dddot{x} - 24\ddot{x} - 2\dot{x}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & 5 & 7 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} -6 & 8 & -10 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$$

8ª Questão: Determine a resposta ao impulso (condições iniciais nulas) para o sistema linear

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -6 & -13 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} -2 & 0 \end{bmatrix} v$$

$$H(s) = c(s\mathrm{I} - A)^{-1}b = \frac{-2s}{s^2 + 6s + 13} = \frac{-2(s+3)}{(s+3)^2 + 4} + \frac{6}{(s+3)^2 + 4}$$
$$\Rightarrow \quad h(t) = \exp(-3t)\big(-2\cos(2t) + 3\ \mathrm{sen}(2t)\big)u(t)$$

9ª Questão: Determine um sistema linear autônomo (homogêneo), com matrizes reais, na forma de equação de estados dado por

$$\dot{\bar{v}} = \bar{A}\bar{v}\ ,\ \bar{v}(0) = \bar{v}_0\ ,\ y = \bar{c}\bar{v}$$

que produza como saída a função $y(t) = (1 + t)\exp(4t) + (10 + 5t^2)\exp(3t)$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \bar{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 10 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

10ª Questão: Determine a forma de Jordan da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \Delta(\lambda) = \det(\lambda\mathrm{I} - A) = (\lambda - 3)^3$$

$$J_3(3) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$