1ª Questão: Determine a solução forçada $y_f(t)$ para a entrada $x(t) = \exp(2) + \cos(3t)$ do sistema linear invariante no tempo descrito por

$$\ddot{y} + y = 5x$$

$$H(s) = \frac{5}{s^2+1}, \quad x(t) = \exp(2)\exp(0t) + \cos(3t)$$

$$y_f(t) = H(0)\exp(2) + |H(j3)|\cos(3t + \angle H(j3)) = 5\exp(2) + \frac{5}{8}\cos(3t + 180^o) = 5\exp(2) - \frac{5}{8}\cos(3t)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Laplace (bilateral) e o domínio de existência Ω_x para o sinal

$$x(t) = \exp(3t)\cos(2t)u(-t) - \exp(t)\text{sen}(5t)u(t)$$

$$x(t) = \underbrace{\exp(3t)\cos(2t)u(-t)}_{x_1(t)} - \underbrace{\exp(t)\text{sen}(5t)u(t)}_{x_2(t)}$$

$$y_1(t) = x_1(-t) = \exp(-3t)\cos(2t)u(t), \quad Y_1(s) = \frac{(s+3)}{(s+3)^2+2^2}, \ \Omega_{y_1} = \text{Re}(s) > -3$$

$$X_1(s) = Y_1(-s) = \frac{(-s+3)}{(-s+3)^2+4} = -\frac{(s-3)}{(s-3)^2+4}, \ \Omega_{x_1} = \{\text{Re}(-s) > -3\} = \{\text{Re}(s) < 3\}$$

$$X(s) = \underbrace{-\frac{(s-3)}{(s-3)^2+4}}_{X_1(s)} - \underbrace{\frac{5}{(s-1)^2+25}}_{X_2(s)}, \quad \Omega_x = \{1 < \text{Re}(s) < 3\}$$

3ª Questão: Determine $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$ (transformada de Laplace bilateral inversa) para

$$X(s) = \frac{5s^2+16s+32}{(s+2)^2(s-3)}, \quad -2 < \text{Re}(s) < 3$$

$$X(s) = \frac{5s^2+16s+32}{(s+2)^2(s-3)} = \frac{-4}{(s+2)^2} + \frac{5}{s-3}$$

$$x(t) = -4t\exp(-2t)u(t) - 5\exp(3t)u(-t)$$

4ª Questão: a) Determine a transformada unilateral de Laplace $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$, sendo $y(t)$ a solução da equação diferencial abaixo

$$\dot{y} - 2y = \exp(2t)\cos(3t)u(t), \quad y(0) \text{ dado}$$

b) Determine a solução $y(t)$ para $y(1) = 5$

$$sY(s) - y(0) - 2Y(s) = \frac{s-2}{(s-2)^2+3^2} \quad \Rightarrow \quad Y(s) = \frac{1}{(s-2)^2+3^2} + \frac{y(0)}{s-2}$$

$$y(t) = \big(\frac{1}{3}\exp(2t)\text{sen}(3t) + y(0)\exp(2t)\big)u(t)$$

$$y(1) = 5 = \frac{1}{3}\exp(2)\text{sen}(3) + y(0)\exp(2) \quad \Rightarrow \quad y(0) = 5\exp(-2) - \frac{\text{sen}(3)}{3}$$

5ª Questão: Determine a resposta ao degrau $y_u(t)$ (condições iniciais nulas) do sistema linear invariante no tempo causal descrito pela equação diferencial

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 13y = 8\ddot{x} + 16\dot{x} + 39x$$

$$H(s) = \frac{8s^2 + 16s + 39}{s^2 + 4s + 13}, \quad X(s) = 1/s$$

$$Y_u(s) = \left(\frac{8s^2 + 16s + 39}{s^2 + 4s + 13}\right)\frac{1}{s} = \frac{3}{s} + 5\frac{(s+2)}{(s+2)^2 + 9} - \frac{2 \times (3)}{(s+2)^2 + 9} = \frac{3}{s} + \frac{2.5 + j}{s + 2 - 3j} + \frac{2.5 - j}{s + 2 + 3j}$$

$$y_u(t) = \big(3 + \exp(-2t)(5\cos(3t) - 2\text{sen}(3t)\big)u(t) = \Big(3 + (2.5 + j)\exp((-2 + 3j)t) + (2.5 - j)\exp((-2 - 3j)t)\Big)$$

6ª Questão: Determine, para a transformada (unilateral) de Laplace $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$ de um sinal causal dada por

$$Y(s) = \frac{5(s+2)(s+3)}{2s(s^2 + 4s + 8)}, \quad \text{Re}(s) > 0$$

a) O valor final $y(+\infty)$ b) O valor inicial $y(0^+)$

Um polo em $s = 0$, outro em $s = -2 \pm 2j$, aplicam-se as condições do valor final e do valor inicial

$$\lim_{t \to +\infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s) = \frac{15}{8}, \quad y(0^+) = \lim_{s \to +\infty} sY(s) = \frac{5}{2}$$

7ª Questão: a) Determine a solução forçada $y_f(t)$ da equação diferencial

$$\ddot{y} + 4y = \cos(2t)$$

b) Determine a solução para $y(0) = 10$, $\dot{y}(0) = 5$

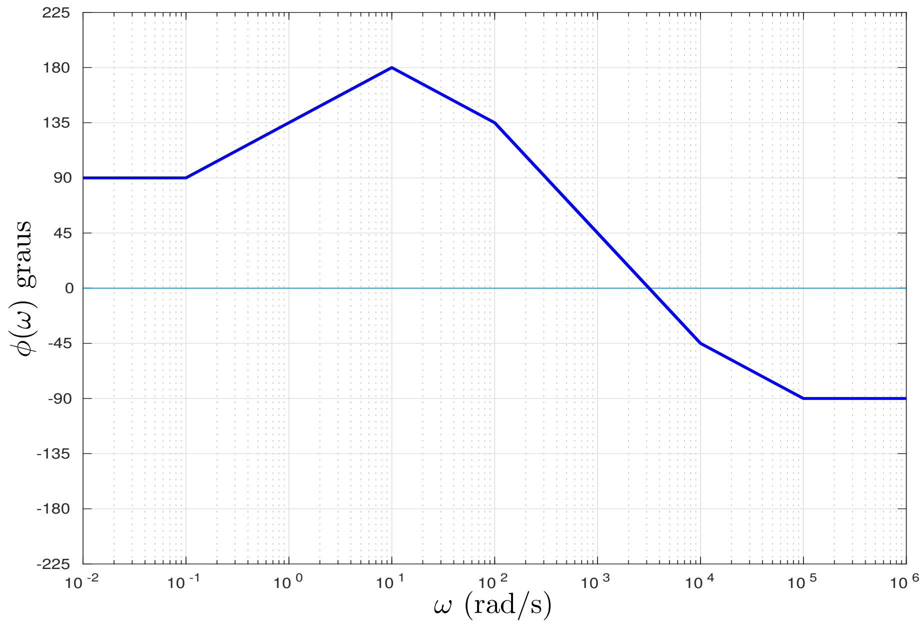
$$y_f(t) = \frac{1}{4}t\text{sen}(2t), \quad y(t) = \frac{1}{4}t\text{sen}(2t) + 10\cos(2t) + \frac{5}{2}\text{sen}(2t)$$

8ª Questão: Determine uma equação diferencial homogênea e as condições iniciais que produzem a mesma solução da equação

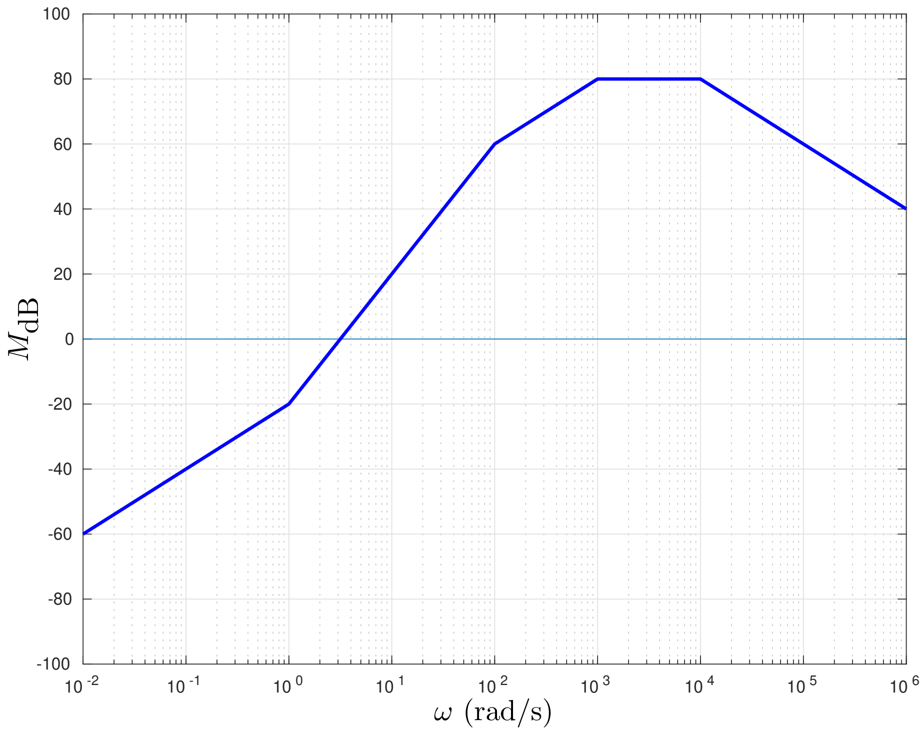
$$(p^2 - 4p + 13)y = \exp(2t)\cos(3t), \quad y(0) = -5, \quad \dot{y}(0) = 2$$

$$(p^2 - 4p + 13)^2 y = (p^4 - 8p^3 + 42p^2 - 104p + 169)y = 0, \quad y(0) = -5,\ \dot{y}(0) = 2,\ \ddot{y}(0) = 74,\ \dddot{y}(0) = 272$$

9ª Questão: Considere as assíntotas de fase (em graus) do diagrama de Bode em escala logarítmica da função de transferência de um sistema linear invariante no tempo de fase mínima da figura abaixo.



a) Sabendo que o gráfico começa no ponto (0.01 rad/s, -60dB), esboce as assíntotas de módulo

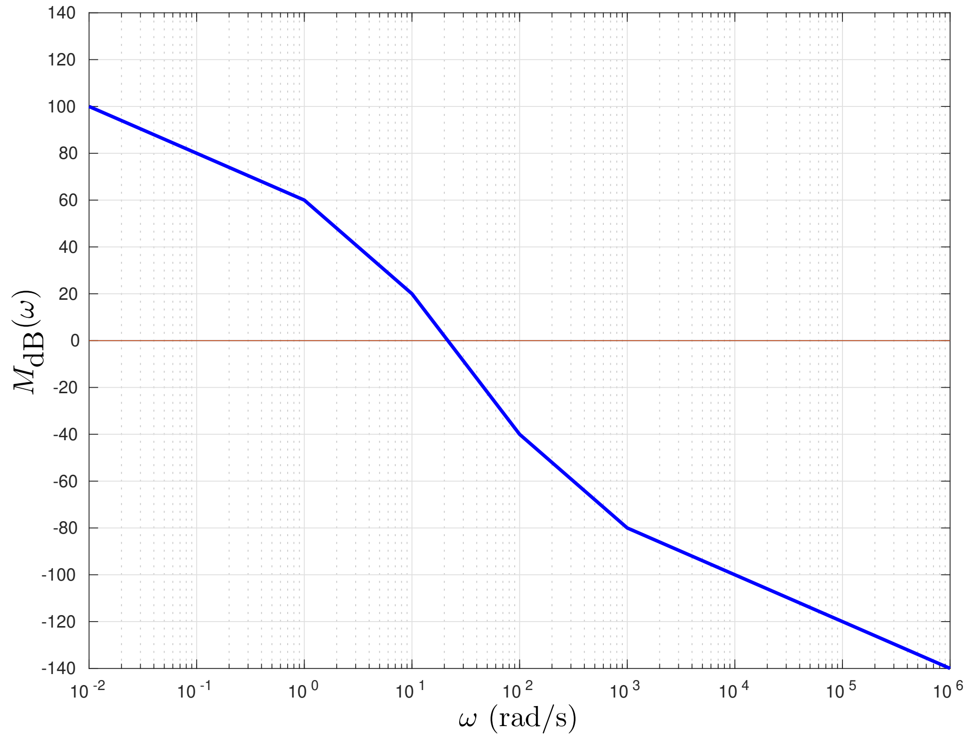


b) Baseando-se nos diagramas assintóticos de módulo e fase, determine a solução forçada do sistema para a entrada $x(t) = 200\cos(1000t)$

$$y_f(t) = 200 \times 10^4 \cos(1000t + 45^o)$$

10ª Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{10}\left(\frac{(s+100)(s+1000)}{s(s+1)(s+10)}\right)$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.