**1ª Questão:** Determine a solução forçada $y_f(t)$ para a entrada $x(t) = \cos^2(t)$ do sistema linear invariante no tempo cuja resposta ao impulso é dada por

$$h(t) = \text{sen}(t)u(t), \quad H(s) = \frac{1}{s^2+1}, \quad x(t) = \cos^2(t) = \frac{1+\cos(2t)}{2}$$

$$y_f(t) = H(0)\frac{1}{2} + |H(j2)|\frac{1}{2}\cos(2t + \angle H(j2)) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\cos(2t + 180^o) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6}\cos(2t)$$

**2ª Questão:** Determine a transformada inversa (bilateral) de Laplace $x(t) = \mathcal{L}^{-1}(X(s))$ para

$$X(s) = \frac{10}{s^2 - 2s + 5}, \quad \text{Re}(s) < 1$$

$$X(s) = \frac{10}{(s-1)^2+4}, \quad Y(s) = X(-s) = \frac{10}{(-s-1)^2+4}, \quad \text{Re}(-s) < 1$$

$$\Rightarrow \quad Y(s) = \frac{10}{(s+1)^2+4}, \quad \text{Re}(s) > -1$$

$$y(t) = 5\exp(-t)\text{sen}(2t)u(t) \quad \Rightarrow \quad x(t) = y(-t) = -5\exp(t)\text{sen}(2t)u(-t)$$

**3ª Questão:** Determine $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$ (transformada de Laplace bilateral inversa) para

$$X(s) = \frac{-5s^2+12s-15}{(s-1)^2(s-5)}, \quad 1 < \text{Re}(s) < 5$$

$$X(s) = \frac{-5s^2+12s-15}{(s-1)^2(s-5)} = \frac{2}{(s-1)^2} - \frac{5}{s-5}, \quad x(t) = 2t\exp(t)u(t) + 5\exp(5t)u(-t)$$

**4ª Questão:** a) Determine a transformada unilateral de Laplace $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$, sendo $y(t)$ a solução da equação diferencial abaixo

$$\ddot{y} - \dot{y} - 30y = 0, \quad y(0),\ \dot{y}(0) \text{ dados}$$

b) Determine a solução para $y(0) = 1$ e $\dot{y}(0) = 50$

$$Y(s) = \frac{sy(0) + \dot{y}(0) - y(0)}{(s+5)(s-6)} = (1/11)\left(\frac{6y(0) - \dot{y}(0)}{s+5} + \frac{5y(0)+\dot{y}(0)}{s-6}\right)$$

$$y(t) = (-4\exp(-5t) + 5\exp(6t))u(t)$$

**5ª Questão:** Determine a resposta ao degrau $y_u(t)$ (condições iniciais nulas) do sistema linear invariante no tempo causal descrito pela equação diferencial

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 13y = 8\ddot{x} + 15\dot{x} + 52x$$

$$H(s) = \frac{8s^2+15s+52}{s^2+4s+13} = \frac{8s^2+15s+52}{(s+2)^2+3^2}, \quad X(s) = 1/s$$

$$Y_u(s) = \left(\frac{8s^2+15s+52}{(s+2)^2+3^2}\right)\frac{1}{s} = \frac{4}{s} + 4\left(\frac{(s+2)}{(s+2)^2+3^2}\right) - 3\left(\frac{(3)}{(s+2)^2+3^2}\right)$$

$$y_u(t) = \Big(4 + \exp(-2t)\big(4\cos(3t) - 3\ \text{sen}(3t)\big)\Big)u(t)$$

**6ª Questão:** Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt, \quad h(t) = t\exp(-t)\text{sen}(t)u(t)$$

$$H(s) = \frac{2(s+1)}{((s+1)^2+1)^2}, \quad I = \mathcal{L}\{th(t)\}\Big|_{s=0} = -\frac{d}{ds}\mathcal{L}\{h(t)\}\Big|_{s=0}$$

$$I = -\frac{d}{ds}\left(\frac{2(s+1)}{((s+1)^2+1)^2}\right)\Big|_{s=0} = -\left(\frac{2}{((s+1)^2+1)^2} - 2\frac{4(s+1)^2}{((s+1)^2+1)^3}\right)\Big|_{s=0} = -\left(\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{1}{2}$$

**7ª Questão:** a) Determine a solução forçada $y_f(t)$ da equação diferencial

$$p(p+1)y = t+1$$

b) Determine a solução para $y(0) = 5$, $\dot{y}(0) = 10$

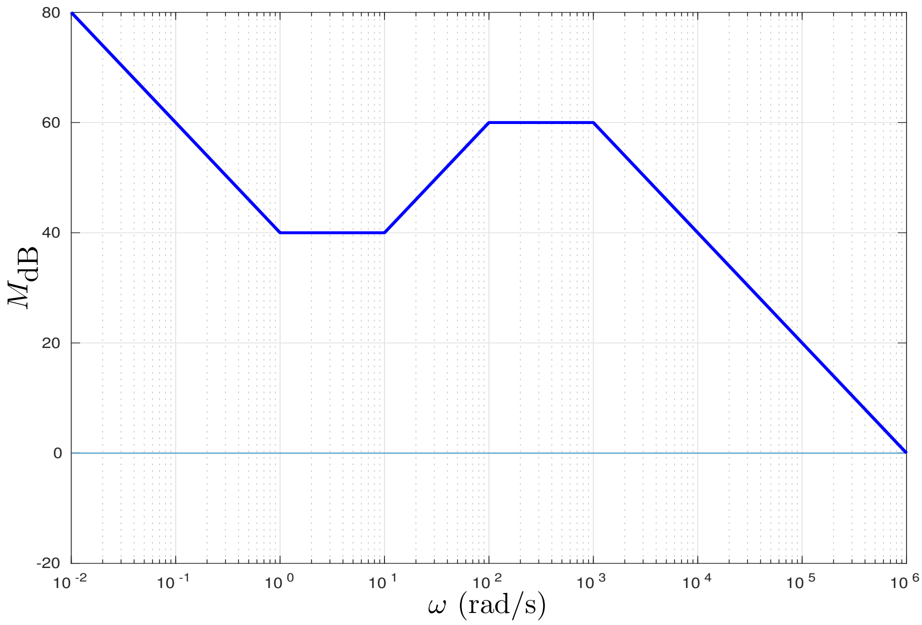
$$y_f(t) = \frac{t^2}{2}, \quad y(t) = \frac{t^2}{2} - 10\exp(-t) + 15$$

**8ª Questão:** Determine uma equação diferencial homogênea e as condições iniciais que produzem a mesma solução que

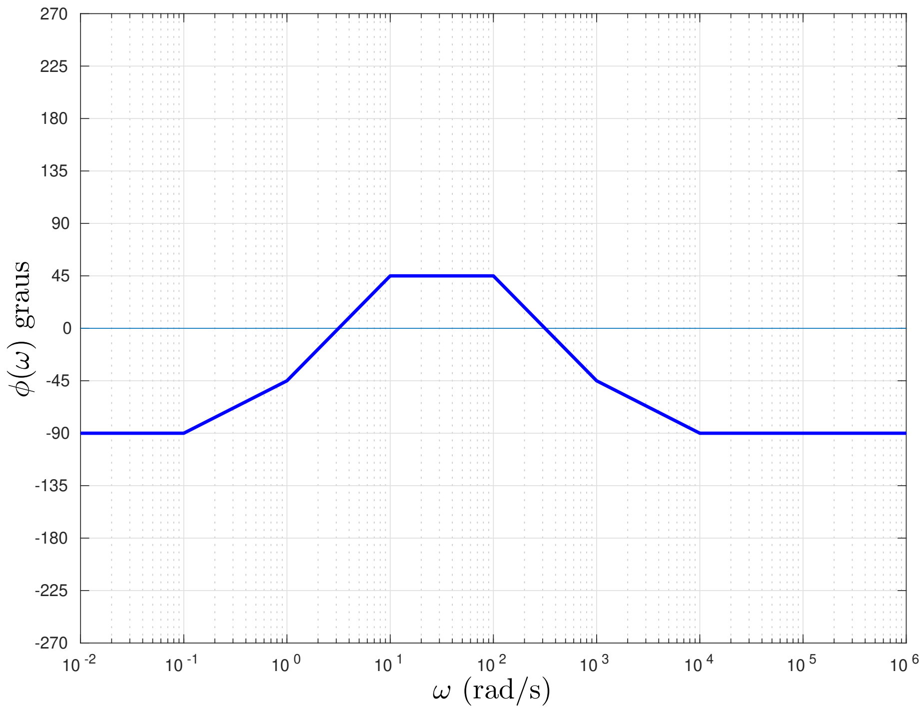
$$(p^2+2p+10)y = -6\ \text{sen}(3t)\exp(-t), \quad y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$$

$$(p^2+2p+10)^2 y = (p^4+4p^3+24p^2+40p+100)y = 0, \quad y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1, \ddot{y}(0) = -2, \dddot{y}(0) = -24$$

**9ª Questão:** Considere as assíntotas de módulo do diagrama de Bode em escala logarítmica da função de transferência de um sistema linear invariante no tempo de fase mínima da figura abaixo.




a) Esboce as assíntotas de fase (em graus)

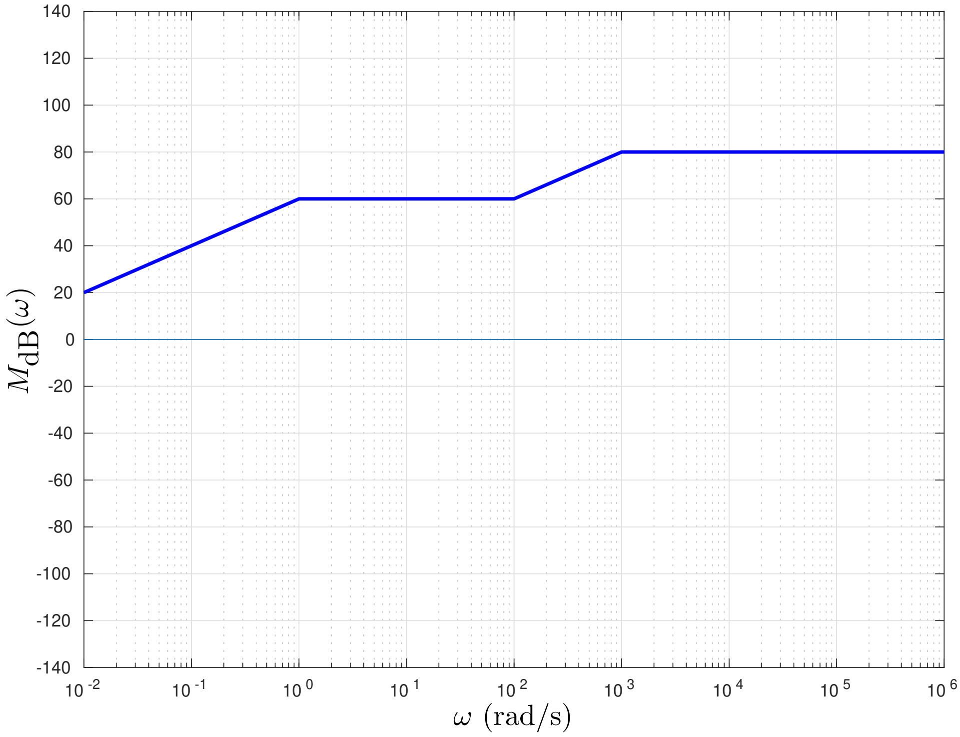



b) Baseando-se nos diagramas assintóticos de módulo e fase, determine a solução forçada do sistema para a entrada $x(t) = 20\cos(10t) + 50\ \mathrm{sen}(1000t)$

$$y_f(t) = 2000\cos(10t + 45^o) + 50000\ \mathrm{sen}(1000t - 45^o)$$

**10ª Questão:** a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{10^4 s(s+100)}{(s+1)(s+1000)}$$




b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.