Nome: ....

RA: ....

1) (2.0)	
2) (2.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.5)	
7) (1.5)	

P1) ____________

1ª Questão: Considere a matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times 5}$ dada por

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 0 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

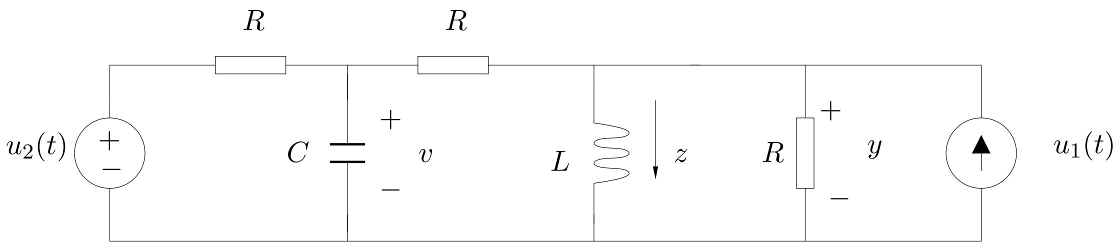
a) Qual o rank de A ($\rho(A)$)?

b) Qual a dimensão do espaço nulo de A ($\nu(A)$)?

c) Obtenha uma base para $\mathcal{R}(A)$ (range de A)

d) Obtenha uma base para $\mathcal{N}(A)$ (espaço nulo de A)

2ª Questão: Considere o circuito abaixo, no qual as variáveis de estado são z (corrente no indutor) e v (tensão no capacitor), $u_1(t)$ é uma fonte de corrente, $u_2(t)$ é uma fonte de tensão, e a saída y é a tensão indicada no circuito.



a) Obtenha as equações de estado na forma

$$\dot{x} = \mathbb{A}x + \mathbb{B}u \quad ; \quad y = \mathbb{C}x + \mathbb{D}u \quad \text{com } x \triangleq \begin{bmatrix} v \\ z \end{bmatrix} \quad ; \quad u \triangleq \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

b) Considerando $R = 1$ e $L = C = 0.5$, obtenha a matriz de transferência $H(s)$

$$Y(s) = H(s)U(s)$$

com $Y(s)$ a transformada de Laplace da saída $y(t)$ e $U(s)$ o vetor da transformada de Laplace de $u(t)$.

3ª Questão: Considere a base B para polinômios de grau menor ou igual a 3 formada pelos vetores $\{s^3, s^2, s, 1\}$.

a) Encontre a representação β do vetor $x(s) = 3s^3 - 5s^2 + 2s + 2$ na base B.

b) Encontre a matriz P que leva uma representação β de um vetor $x(s)$ na base B para $\bar{\beta}$ na base $\bar{B} = \{s^3 - s^2, s^2 - s, s - 1, 1\}$.

4ª Questão: Considere o sistema de equações abaixo, no qual a é um parâmetro real.

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} ax & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & ay & + & z & = & 2 \\ x & + & y & + & az & = & -3 \end{array} \right.$$

a) Mostre que para $a = 1$ o sistema não possui solução.

b) Determine o(s) valor(es) de a (ou os intervalos de valores) para que o sistema possua uma única solução.

5ª Questão: Determine a representação na Forma de Jordan J para a matriz A com polinômio característico $\Delta(\lambda)$ abaixo

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 2 & 9 & -1 \\ -3 & -1 & 10 \end{bmatrix} \quad ; \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 8)^3$$

6ª Questão: Compute $f(A) = A^{157}$ para

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 100 & 1 \end{bmatrix}$$

7ª Questão: Considere uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ com autovalores λ_i, $i = 1, \ldots, n$. Mostre que

$$\text{Traço } (A) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

Obs.: Traço $(M) = \sum_{i=1}^{n} m_{ii}$ (soma dos elementos da diagonal); Traço $(AB) =$ Traço (BA)