Prova P3: 04 de Julho de 2001 Prof.: Pedro Peres

Nome: .... **RA:** ....

3.0 **1ª Questão:** Considere o sistema linear dado por

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

a) Encontre, se possível (se não for possível, justifique), o ganho de realimentação de estados ($u = kx$) $k \in \Re^{1\times 2}$ que aloca os autovalores do sistema em malha fechada ($A + bk$) em -1 e -3.

b) Encontre, se possível (se não for possível, justifique), o ganho g (escalar) de realimentação de saída ($u = gy$) que realiza a mesma alocação (isto é, -1 e -3) para ($A + bgc$).

c) Encontre, se possível (se não for possível, justifique), o ganho $l \in \Re^{2\times 1}$ do estimador de estados de ordem completa dado por

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + bu + l(y - c\hat{x})$$

que leve o erro ($x - \hat{x}$) assintoticamente para zero alocando os autovalores da matriz dinâmica do erro do observador em -4 e -5.

d) Encontre, se possível (se não for possível, justifique), o estimador de ordem reduzida

$$\dot{z} = Fz + Tbu + ly$$

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} c \\ T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$$

com dinâmica governada por um pólo em -10. A matriz T é a solução única da equação de Lyapunov

$$TA - FT = lc$$

desde que F tenha autovalores distintos dos da matriz A e o par (F, l) seja controlável. Além disso, a matriz

$$P \triangleq \begin{bmatrix} c \\ T \end{bmatrix}$$

é não singular se e somente se (A, c) for observável e (F, l) for controlável. Determine os valores de F, l e T.

2.0 **2ª Questão:** Considere o sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

a) O sistema é controlável? Justifique.

b) É possível estabilizar o sistema através de uma realimentação de estados $u = kx$ com

$$k \triangleq \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}$$

de maneira a obter os autovalores do sistema em malha fechada ($A + bk$) em -1, -2 e -3? Caso seja possível, quais são os valores de k_1, k_2 e k_3?

2.0 **3ª Questão:** Considere o sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2\alpha & \alpha \\ 1 & \alpha \\ 0 & -\alpha \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \beta & 2\beta & 2 & 0 \\ 1 & -\beta & \beta & \beta \end{bmatrix} x$$

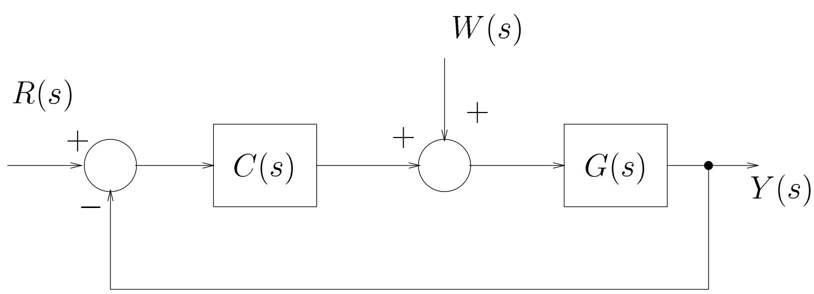
a) Determine o(s) valor(es) de α para que o sistema deixe de ser controlável;

b) Determine o(s) valor(es) de β para que o sistema deixe de ser observável;

3.0 **4ª Questão:** Considere o sistema linear descrito pela função de transferência

$$G(s) = \frac{3s^2 + 9s + 6}{-s^2 - 3\alpha s - 2}$$

e o esquema de realimentação unitária mostrado na figura abaixo. O parâmetro α pode ser ajustado segundo a conveniência do projeto.



Responda, se possível (se não for possível, justifique):

a) Qual deve ser o valor de α para que exista um controlador $C_0(s) \triangleq k = \frac{B_0}{A_0}$ que aloque os pólos do sistema em malha fechada em -1 e -2? Determine também o valor de k.

b) Para $\alpha = 0$, obtenha $C_1(s)$ estritamente próprio de ordem 1, alocando os pólos do sistema em malha fechada em -1, $-1 \pm j$.

c) Para $\alpha = 0$, obtenha $C_1(s)$ próprio de ordem 1, alocando os pólos do sistema em malha fechada em -1, $-1 \pm j$.

d) Para $\alpha = 0$, monte a equação (não precisa resolver!) para a obtenção dos coeficientes do controlador $C_m(s)$ próprio que assegura rastreamento assintótico para qualquer entrada em degrau, rejeição de ruídos para

$$W(s) = \frac{1}{(s+1)(s-1)}$$

e aloca os pólos de malha fechada em -1, $-1 \pm j$, -2 , $-2 \pm j$, e -3.

Dica: $(s+1)(s+1+j)(s+1-j)(s+2)(s+2+j)(s+2-j)(s+3) = s^7 + 12s^6 + 62s^5 + 180s^4 + 319s^3 + 348s^2 + 218s + 60$