

Nome: .....

RA: .....

**1ª Questão:** Classifique os sistemas lineares quanto à causalidade e BIBO estabilidade. A saída do sistema é  $y(t)$ , a entrada é  $u(t)$  e  $u_d(t)$  é a função degrau unitário, isto é,  $u_d(t) = 0$  para  $t < 0$  e  $u_d(t) = 1$  para  $t > 0$ . **Dica:** analise a resposta ao impulso do sistema.

$$a) y(t) = \int_{-\infty}^{t+2} u(\beta) d\beta$$

$$b) y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta u_d(\beta) u(t - \beta) d\beta$$

$$c) y(t) = \int_{t-1}^t u(\beta) d\beta$$

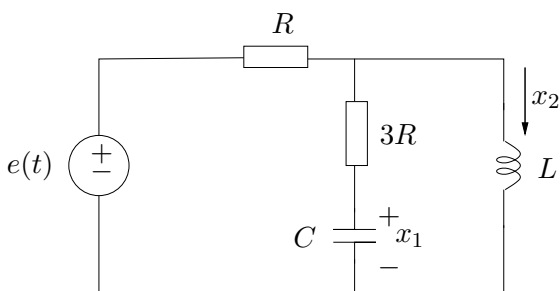
1) (1.5)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.5)	
7) (1.0)	
8) (2.0)	

P2) \_\_\_\_\_

**2ª Questão:** Obtenha as equações de estado para o circuito abaixo, na forma

$$\dot{x} = Ax + Bu ; y = Cx + Du \quad ; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

a saída  $y$  é a corrente no indutor;  $u(t) = e(t)$  é a entrada (fonte de tensão)



**3ª Questão:** Obtenha a função de transferência  $H(s) = Y(s)/E(s)$  para o circuito da questão anterior com  $R = 1 \Omega$ ,  $L = 2 \text{ H}$  e  $C = 1 \text{ F}$ .

**4ª Questão:** Um sistema linear invariante no tempo é descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 3s + 2}$$

- a) Obtenha a resposta ao impulso do sistema, isto é, a saída  $y_\delta(t)$  quando a entrada for igual à função impulso  $\delta(t)$
- b) Obtenha a resposta ao degrau do sistema, isto é, a saída  $y_u(t)$  quando a entrada for igual à função degrau unitário

**5ª Questão:** Considere o sistema linear variante no tempo descrito pela equação

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ t^2 & 0 \end{bmatrix} x$$

- a) Obtenha uma matriz fundamental para o sistema
- b) Obtenha a matriz de transição de estados  $\Phi(t, t_0)$

**6ª Questão:** Considere o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [ 0 \quad 1 \quad 0 ] x$$

- a) O sistema é assintoticamente estável? Justifique.
- b) O sistema é estável no sentido de Lyapunov? Justifique.
- c) O sistema é BIBO estável? Justifique.

**7ª Questão:** Determine os valores de  $k$  para que o sistema descrito pela função de transferência abaixo seja BIBO-estável.

$$H(s) = \frac{1}{4s^4 + 8s^3 + 12s^2 + 4ks + 5}$$

**8ª Questão:** Considere o sistema descrito pelas equações

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1^2 & 0 \\ 0 & -2x_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} ; \quad x \triangleq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Mostre que a função  $v(x) = x'x$  é uma função de Lyapunov para o sistema que garante a estabilidade assintótica da origem.