1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

PO) ____________

Nome: ....

RA: ....

1ª Questão: Considere a solução geral de um sistema linear da forma

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad , \qquad \alpha \in \Re$$

a) Encontre um sistema $Ax = b$, com $A \in \Re^{2\times 3}$, que admita x acima como solução geral.

b) Qual é o rank da matriz A?

c) Qual a dimensão de seu espaço nulo?

d) Encontre uma base para o range de A.

2ª Questão: Obtenha uma expressão para A^{-2} em função da matriz inversa de A e da matriz identidade.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}$$

3ª Questão: Determine o intervalo de valores de α, β e γ para que a matriz M abaixo seja definida positiva

$$M = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{bmatrix}$$

4ª Questão: Considere a função de transferência de um sistema linear dada por

$$g(s) = \frac{2s^2 + 5}{s^3 + 5s^2 + 2s + k}$$

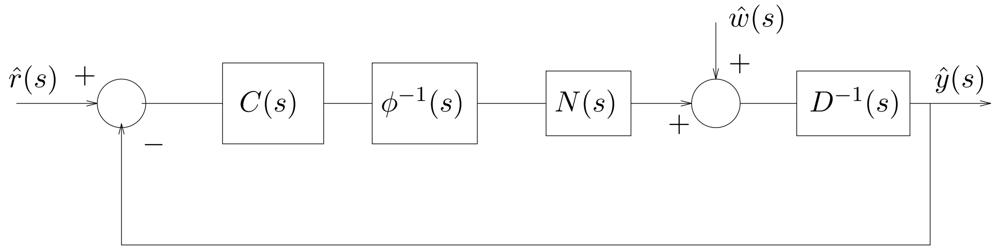
Determine o intervalo para o parâmetro real k para que o sistema seja BIBO estável.

5ª Questão: Mostre que para qualquer matriz $A \in \Re^{n\times n}$

$$\mathbf{Tr}\ (A) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(A) \quad ; \quad \det(A) = \prod_{i=1}^{n} \lambda_i$$

sendo que **Tr** $(\cdot)$ é a função traço, dada pela soma dos elementos da diagonal da matriz, det é o determinante e λ_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ são os autovalores de A.

6ª Questão: Considere o sistema de controle mostrado na figura abaixo



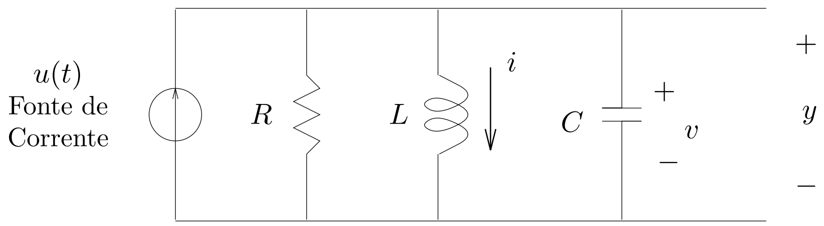
com $\hat{r}(s) = 1/s^2$, $\hat{w}(s) = 1/s$ e $\hat{g}(s) = (10-s)/(s+10)$. Projete um compensador próprio $C(s)$, de grau 2, tal que o compensador por modelo interno $\widetilde{C}(s) = C(s)\phi(s)^{-1}$ assegure

a) Estabilidade assintótica, com pólos de malha fechada em $-2 \pm j2$, -3, -4 e -5;
b) Rastreamento assintótico de $r(t)$;
c) Rejeição do distúrbio $w(t)$.

7ª Questão: Considere uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Mostre que um autovetor à direita x associado ao autovalor λ é ortogonal ao autovetor à esquerda y associado a um autovalor $\beta \neq \lambda$.

$$Ax = \lambda x \quad ; \quad y'A = \beta y' \qquad ; \qquad x \perp y \implies \langle x, y \rangle = x'y = 0$$

8ª Questão: Considere o circuito abaixo.



a) Considere $x_1 \equiv$ corrente no indutor e $x_2 \equiv$ tensão no capacitor. Obtenha as equações dinâmicas do circuito (estado e saída) na forma matricial

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad ; \qquad y = Cx + Du$$

b) Para $L = 1/6H$, $R = 0.2\Omega$ e $C = 1F$, obtenha $x(t)$ para entrada $u(t) = 0$ e condição inicial

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

c) Obtenha a função de transferência $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$.

9ª Questão: Determine a representação na Forma de Jordan J para a matriz A com polinômio característico $\Delta(\lambda)$ abaixo

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad ; \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 5)^3$$

10ª Questão: Considere a base B para polinômios de grau menor ou igual a 3 formada pelos vetores $\{1, t, t^2, t^3\}$.

a) Encontre a representação β do vetor $x(t) = 2t^3 - 3t^2 + 2t + 1$ na base B.

b) Encontre a matriz P que leva uma representação β de um vetor x na base B para $\bar{\beta}$ na base $\bar{B} = \{t^3 - 1, t^2 - 1, t - 1, 1\}$.

c) Encontre a representação na base B da transformação linear $T \in \mathbb{R}^{4\times4}$ que leva um polinômio pertencente ao espaço para um outro polinômio do mesmo espaço igual à derivada do primeiro, ou seja, se $p(t)$ é um polinômio, então

$$T[p(t)] = \frac{d}{dt}\, p(t)$$