

Nome:

RA:

1ª Questão: Considere a matriz $A \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ dada por

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

- a) Qual o rank de A ?
 b) Qual a dimensão do espaço nulo de A ?
 c) Obtenha uma base para $\mathcal{R}(A)$ (range de A)
 d) Obtenha uma base para $\mathcal{N}(A)$ (espaço nulo de A)

2ª Questão: Determine $\exp(At)$ para

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (2.0)	

PO) _____

3ª Questão: Determine a forma de Jordan para a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

cujos autovalores são $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2$ 4ª Questão: Mostre que uma matriz $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ hermitiana (isto é, a matriz A é igual à sua conjugada transposta) possui autovalores reais.

5ª Questão: Considere o sistema abaixo

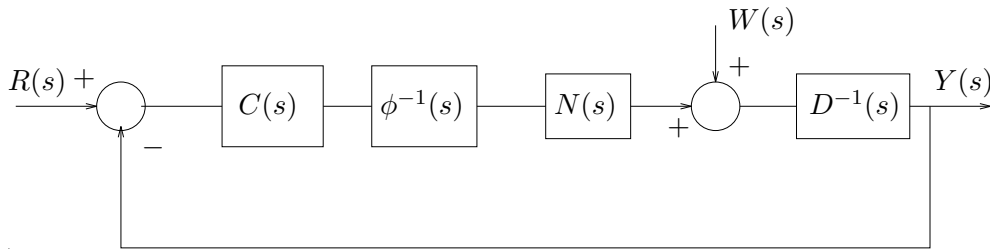
$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= [1 \ 0 \ 0] x \end{aligned}$$

- a) O sistema é estável no sentido de Lyapunov? Justifique.
 b) O sistema é assintoticamente estável? Justifique.
 c) O sistema é BIBO-estável? Justifique.

6ª Questão: Determine os valores de β para os quais o sistema abaixo não é controlável

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \end{bmatrix} u$$

7ª Questão: Considere o sistema de controle mostrado na figura abaixo, com $R(s) = 1/s$, $W(s) = 1/(s - 1)$ e $G(s) = (2 - s)/(s + 10)$. Projete um compensador próprio $C(s)$, de grau 2, tal que o compensador por modelo interno $\tilde{C}(s) = C(s)\phi(s)^{-1}$ assegure a estabilidade assintótica, com pólos de malha fechada em $-1 \pm j$, -2 , -3 e -4 (polinômio $s^5 + 11s^4 + 46s^3 + 94s^2 + 100s + 48$), a rejeição de ruídos $w(t)$ e o rastreamento assintótico de $r(t)$.



8ª Questão: Considere

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Encontre, se possível (se não for possível, justifique), o ganho $L \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ do estimador de estados de ordem completa (abaixo) que leve o erro $(x - \hat{x})$ assintoticamente para zero alocando os autovalores da matriz dinâmica do erro do observador em -3 e -4 .

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$$

9ª Questão: Preencha com V (verdadeiro), F (falso) ou deixe em branco. Atenção: cada resposta errada anula uma certa. Respostas em branco são consideradas como erradas, porém não penalizam.

- a) Matrizes similares possuem o mesmo polinômio mínimo.
- b) Um sistema linear controlável e observável BIBO estável é também assintoticamente estável.
- c) O sistema $Ax = b$, com a matriz A quadrada, possui sempre solução única.
- d) A dimensão do espaço nulo de uma matriz depende apenas do número de colunas da matriz e do número de linhas linearmente independentes da matriz.
- e) O sistema $Ax = b$ tem solução para $b \in \mathbb{R}^m$ qualquer se a matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tiver rank completo de linhas.
- f) O sistema $Ax = 0$ tem solução diferente da trivial ($x = 0$) se o número de colunas de A for diferente do número de linhas de A .
- g) A função de transferência de um sistema linear depende apenas das partes controlável e observável do sistema.
- h) Matrizes reais simétricas possuem forma de Jordan diagonal.
- i) Sistemas assintoticamente estáveis são BIBO estáveis.
- j) Em um sistema SISO com realimentação unitária, a ordem do controlador que permite alocação arbitrária de pólos em malha fechada deve ser necessariamente igual a $n - 1$, sendo n a ordem da planta.