1ª Questão: A transformada de Fourier de um sinal $x(t)$ é dada por $X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = j\omega G_2(\omega)$. Determine $\dot{x}(0)$

Solução:

$$\mathcal{F}\{\dot{x}(t)\} = (j\omega)X(\omega) \quad , \quad \dot{x}(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} -\omega^2 G_2(\omega) d\omega = -\frac{1}{3\pi}$$

2ª Questão: Determine o valor máximo do intervalo entre as amostras para que o sinal $f(t) = x(t)y(t)$ seja recuperado sem erro a partir da filtragem passa-baixas ideal de

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT)\delta(t - kT)$$

sendo $x(t)$ um sinal com transformada de Fourier $X(\omega)$ tal que $X(\omega) = 0$, $|\omega| > \pi$, e $y(t) = \text{Sa}(\pi t/2)$.

Solução:

$$\text{faixa} = 3\pi \quad , \quad \omega_M = \frac{3\pi}{2} \quad , \quad T < \frac{2}{3}$$

3ª Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$Y(s) = \frac{5s^2 + 12s - 1}{(s+1)^2(s-3)}$$

para as regiões: a) $\text{Re}(s) > 3$, b) $\text{Re}(s) < -1$, c) $-1 < \text{Re}(s) < 3$

Solução:

$$\big(2t\exp(-t) + 5\exp(3t)\big)u(t) \quad , \quad \big(-2t\exp(-t) - 5\exp(3t)\big)u(-t) \quad , \quad 2t\exp(-t)u(t) - 5\exp(3t)u(-t)$$

4ª Questão: a) Determine a equação diferencial do sistema cuja resposta ao degrau é dada por

$$y_u(t) = \big(-\exp(-2t)\cos(3t) + 11/3\exp(-2t)\ \text{sen}(3t) + 1\big)u(t)$$

b) Determine a resposta forçada (em regime permanente) para a entrada $x(t) = t^2 + 2$

Solução:

$$H(s) = \frac{13(s+1)}{s^2 + 4s + 13} \quad \Rightarrow \quad \ddot{y} + 4\dot{y} + 13y = 13\dot{x} + 13x$$

$$y_f(t) = t^2 + \frac{18}{13}t + \frac{240}{13^2}$$

5ª Questão: a) Determine a solução $y(t)$ da equação diferencial

$$(p^2 + p)y(t) = t^2 \quad , \quad y(0) = 1, \dot{y}(0) = 1$$

b) Determine uma equação diferencial homogênea e as condições iniciais que produzem a mesma solução do item a).

Solução:

$$y(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + 2t + \exp(-t)$$

$$p^4(p+1)y(t) = 0 \quad , \quad y(0) = 1, \dot{y}(0) = 1, \ddot{y}(0) = -1 \ , \ y^{(3)}(0) = 1, \quad y^{(4)}(0) = 1$$

6ª Questão: Um motor elétrico de corrente contínua pode ser modelado por

$$J\frac{d}{dt}\omega_m + T_c = k_f i_f i_a \quad ; \quad v_f = L_f\frac{d}{dt}i_f + R_f i_f \quad ; \quad v_{ta} = R_a i_a + L_a\frac{d}{dt}i_a + k_f i_f \omega_m$$

sendo v_f, L_f, R_f e i_f tensão, indutância, resistência e corrente de campo; v_{ta}, L_a, R_a e i_a tensão terminal, indutância, resistência e corrente de armadura; J momento de inércia, T_c torque da carga, ω_m velocidade angular do rotor e k_f constante de proporcionalidade entre o fluxo no entreferro e a corrente de campo. Para o modelo não-linear na forma de variáveis de estado, com $v_1 = i_f$, $v_2 = i_a$, $v_3 = \omega_m$, $v_{ta} = 3$ e $v_f = 1 + x$ e os parâmetros L_f, R_f, L_a, R_a, J, T_c e k_f iguais a 1:

a) Determine o ponto de equilíbrio para $x = 0$

b) Obtenha a representação do sistema linearizado em torno do ponto de equilíbrio na forma

$$\dot{v} = Av + bx$$

c) Determine os modos próprios e analise o comportamento do sistema linearizado no ponto de equilíbrio em função dos modos próprios (instável, assintoticamente estável ou apenas estável).

Solução:

$$(1, 1, 2) \quad , \quad J = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -v_3 & -1 & -v_1 \\ v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = -1 \quad , \quad \lambda_2 = \lambda_3^* = \frac{-1 + j\sqrt{3}}{2} \quad \text{assint. estável}$$