1ª Questão: a) O sistema abaixo é controlável? Justifique.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 4 & 11 & -3 \\ 2 & 10 & -2 \\ 3 & 5 & -2 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 8 & -1 & 1 \end{bmatrix} v$$

$$\text{Ctrb}(A,b) = \begin{bmatrix} b & Ab & A^2b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \text{Não controlável pois } \mathit{rank}(\text{Ctrb}(A,b)) = 1$$

b) Quantos autovalores (modos) são controláveis e quantos não são? Justifique

Um autovalor é controlável (igual ao *rank*(Ctrb(A, b))) e dois autovalores não são

c) O sistema abaixo é observável? Justifique.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 7 & 12 & 6 \\ -18 & -30 & -16 \\ 10 & 17 & 9 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

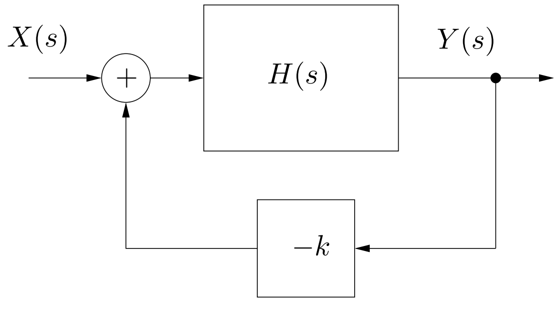
$$\text{Obsv}(A,c) = \begin{bmatrix} c \\ cA \\ cA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \text{Não observável pois } \mathit{rank}(\text{Obsv}(A,c)) = 1$$

d) Quantos autovalores (modos) são observáveis e quantos não são? Justifique

Um autovalor é observável (igual ao *rank*(Obsv(A, c))) e dois autovalores não são

2ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{2s}{8s^4 + 16s^3 + 24s^2 + 10}$$



$$D(s) = 8s^4 + 16s^3 + 24s^2 + 2ks + 10 \quad , \quad 4 < k < 20$$

3ª Questão: O sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ é tal que $P = P' > 0$ produz

$$A'P + PA = \begin{bmatrix} -2\beta & \beta \\ \beta & -1 \end{bmatrix}$$

Para quais valores de β a estabilidade assintótica do sistema está assegurada?

$$-(A'P + PA) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\beta > 0 \ , \ 2\beta - \beta^2 = \beta(2-\beta) > 0 \ , \ 0 < \beta < 2$$

4ª Questão: Considere o sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ com

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 12 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

e a equação de Lyapunov $A'P + PA = -24\mathrm{I}$. Determine a solução P e conclua, em função da solução obtida, sobre a estabilidade assintótica do sistema.

$$P = \begin{bmatrix} -11 & -1 \\ -1 & 133 \end{bmatrix} \quad , \quad \text{sistema não assint. estável}$$

5ª Questão: Considere o sistema dado por

$$\dot{v} = Av + bx \quad , \quad A = \begin{bmatrix} 6 & -9 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

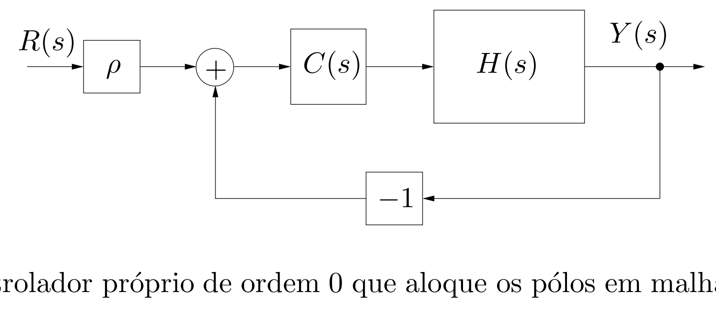
Determine um ganho de realimentação de estados $x = r - Kv$, $K \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ que aloque os autovalores de $A - BK$ em -3 e -4

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & -9 \end{bmatrix}$$

6ª Questão: Considere o sistema linear descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{-s^2 - 6s}{s^2 + 6s + 3}$$

e o esquema de realimentação unitária com $\rho = 1$ mostrado na figura



a) Determine um controlador próprio de ordem 0 que aloque os pólos em malha fechada em -3, se for possível.

b) Determine um controlador estritamente próprio de ordem 1 que aloque os pólos em malha fechada em $F(s) = s^3 + 7s^2 + 9s + 9$, se for possível.

$$\text{a)} \quad C(s) = \frac{b_0}{a_0} = \frac{2}{3} \qquad , \qquad \text{b)} \quad C(s) = \frac{2}{s+3}$$