$1^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} |y(t)|^2 dt, \quad y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi\beta} x(t-\beta) d\beta, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = 2$$

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |Y(\omega)|^2 d\omega$$

$$y(t) = \frac{1}{\pi t} * x(t), \quad Y(\omega) = \mathcal{F}\left\{\frac{1}{\pi t}\right\} X(\omega) = j\text{sinal}(-\omega)X(\omega)$$

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |j\text{sinal}(-\omega)X(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi}$$

$2^{\underline{a}}$ **Questão:** Sabendo que a transformada de Fourier do sinal $x(t)$ é tal que $X(\omega) = 0$ para $|\omega| \geq 0.2\pi$, determine:

a) O máximo valor do intervalo de amostragem $T > 0$ para que o sinal possa ser recuperado sem distorção a partir de suas amostras

b) A expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de $x_a(t)$ dado por

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k4)\text{Tri}_2(t - k4)$$

$$B = 0.1, T < \frac{1}{2B} = 5, \qquad T = 4, \quad \omega_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \Rightarrow \frac{4G_{\pi/2}(\omega)}{\mathcal{F}\{\text{Tri}_2(t)\}}$$

$$\mathcal{F}\{\text{Tri}_2(t)\} = \frac{1}{(j\omega)^2}\left(-2 + \exp(j\omega) + \exp(-j\omega)\right)$$
$$= \frac{4}{\omega^2}\left(\frac{(\exp(j\omega/2) - \exp(-j\omega/2))^2}{(2j)^2}\right) = \frac{4}{\omega^2}\text{sen}^2(\frac{\omega}{2}) = \text{Sa}^2(\frac{\omega}{2})$$

$3^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a transformada inversa de Laplace $X(s)$ de

$$X(s) = \frac{5s+3}{s^2+3s-18} = \frac{5s+3}{(s+6)(s-3)}, \quad -6 < \text{Re}(s) < 3$$

$$X(s) = \frac{3}{s+6} + \frac{2}{s-3}, \quad x(t) = 3\exp(-6t)u(t) - 2\exp(3t)u(-t)$$

$4^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso do sistema linear invariante no tempo descrito pela equação diferencial

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 5y = 2\dot{x} + 2x$$

$$H(s) = \frac{2s+2}{s^2+3s+5}, \quad I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = -\frac{4}{25} = -0.16$$

5ª Questão: a) Determine a solução forçada $y_f(t)$ da equação diferencial

$$p(p+1)y(t) = t^2 \quad , \quad y(0) = \dot{y}(0) = 0 \quad , \quad p = \frac{d}{dt}$$

b) Determine a solução $y(t)$ da equação diferencial

$$p(p+1)y(t) = t^2 \quad , \quad y(0) = \dot{y}(0) = 0 \quad , \quad p = \frac{d}{dt}$$

c) Determine uma equação diferencial homogênea e as condições iniciais que produzem a mesma solução do item b).

$$y_f(t) = 2t - t^2 + \frac{t^3}{3}$$

$$y(t) = -2 + 2\exp(-t) + 2t - t^2 + \frac{t^3}{3}$$

$$p^4(p+1)y(t) = 0, y(0) = \dot{y}(0) = 0, \ddot{y}(0) = 0, \dddot{y}(0) = 0, y^{(4)}(0) = 2$$

6ª Questão: a) Determine os pontos de equilíbrio do sistema não linear dado pela equação de estado para $x = 0$

$$\dot{v}_1 = 2v_1v_2 - 2v_1 - 2v_2 + 5x^2$$
$$\dot{v}_2 = v_1^2v_2^2 - 2v_1^2v_2 - 2v_1v_2^2 + 4v_1v_2 - 2x$$

b) Determine o sistema linearizado $\dot{v} = Av + bx$ em torno de cada ponto de equilíbrio para $x = 0$

$$v_1v_2 = v_1 + v_2, \quad v_1v_2(v_1v_2 - 2v_1 - 2v_2 + 4) = 0, \quad \Rightarrow (0,0), \quad (2,2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 2v_2 - 2 & 2v_1 - 2 \\ 2v_1v_2^2 - 4v_1v_2 - 2v_2^2 + 4v_2 & 2v_1^2v_2 - 4v_1v_2 - 2v_1^2 + 4v_1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 10x \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$(0,0) \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ b = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad (2,2) \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ b = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

7ª Questão: Considere o sistema linear $\dot{v} = Av$ com a matriz A dada por

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Determine $\rho_0(s)$ e $\rho_1(s)$ tais que $(s\mathrm{I} - A)^{-1} = \rho_0(s)\mathrm{I} + \rho_1(s)A$

b) Determine $\rho_0(t)$ e $\rho_1(t)$ tais que $\exp(At) = \rho_0(t)\mathrm{I} + \rho_1(t)A$

c) Determine $v(t)$ para $v(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}'$

$$\rho_0(s) = \frac{3}{s+2} - \frac{2}{s+3}, \quad \rho_1(s) = \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+3}$$

$$\rho_0(t) = 3\exp(-2t) - 2\exp(-3t), \quad \rho_1(t) = \exp(-2t) - \exp(-3t)$$

$$v(t) = \exp(At)v(0) = \begin{bmatrix} -2\exp(-2t) + 3\exp(-3t) & -6\exp(-2t) + 6\exp(-3t) \\ \exp(-2t) - \exp(-3t) & 3\exp(-2t) - 2\exp(-3t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8\exp(-2t) + 9\exp(-3t) \\ 4\exp(-2t) - 3\exp(-3t) \end{bmatrix}$$

8ª Questão: a) Determine $y_u(t)$, i.e., a resposta ao degrau (condições iniciais nulas) do sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -5 & -6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} x$$

b) Determine o valor de regime de $y_u(t)$, i.e., $\lim_{t\to+\infty} y_u(t)$

$$H(s) = \frac{s^2 + 6s + 5}{s^2 + 5s + 6}, \quad Y_u(s) = \frac{5/6}{s} + \frac{3/2}{s+2} + \frac{-4/3}{(s+3)}$$
$$y_u(t) = \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{2}\exp(-2t) + -\frac{4}{3}\exp(-3t) \right) u(t), \quad \lim_{t\to+\infty} y_u(t) = \frac{5}{6}$$