1ª Questão: a) Para $x = 1$, determine os pontos de equilíbrio do sistema abaixo.

b) Determine os modelos linearizados em torno de cada um dos pontos de equilíbrio, inferindo sobre a estabilidade do sistema nas proximidades do(s) ponto(s) de equilíbrio.

$$\dot{v} = v(v^2 - 4) - x^2 + 1, \quad v \in \mathbb{R}$$

$$\dot{v} = 0 \;\Rightarrow\; v = 0, v = \pm 2$$

$$(0) : \dot{v} = -4v - 2x \text{ assint. estável}, \quad (\pm 2) : \dot{v} = 8v - 2x \text{ instável}$$

2ª Questão: Determine a solução $v(t)$ do sistema linear

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} v, \quad v(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$v(t) = \begin{bmatrix} 4\exp(-2t) - 3\exp(-3t) \\ -8\exp(-2t) + 9\exp(-3t) \end{bmatrix}$$

3ª Questão: Determine uma matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ que satisfaça a relação (I representa a matriz identidade) $A^{-1} = -(A^2 + 2A + \mathrm{I})$

$$\Delta(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + \lambda + 1 \;\Rightarrow\; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

4ª Questão: Determine um sistema linear (matriz A e vetor c reais) e as condições iniciais v_0 para que a saída $y(t)$ reproduza o sinal

$$y(t) = t\exp(2t)\cos(5t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \quad v_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5ª Questão: a) Determine os valores de b_1 em função de b_2 que tornam o sistema abaixo não controlável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} x$$

$$\mathrm{Ctrb}(A, b) = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & -3b_1 - 4b_2 \end{bmatrix}, \quad \det(\mathrm{Ctrb}(A, b)) = 0 \quad \Rightarrow b_1 = -b_2,\; b_2 = -3b_1$$

b) Dado que os autovalores de A são -1 e -3 e a matriz de saída é dada por $c = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$, determine quais (ou qual) dos autovalores não são observáveis.
Não observável: -1

c) Determine a função de transferência para $c = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $b_1 = b_2 = 1$

$$H(s) = \frac{2}{s + 3}$$

$6^{\underline{a}}$ Questão: Determine se o sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$, $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, que produz como solução da equação $A'P + PA = -5\mathrm{I}$ a matriz

$$P = \begin{bmatrix} 10 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

é ou não assintoticamente estável, justificando a resposta.

Não, pois P não é definida positiva ($\det(P) = -9$).

$7^{\underline{a}}$ Questão: Considere o sistema linear dado por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} v$$

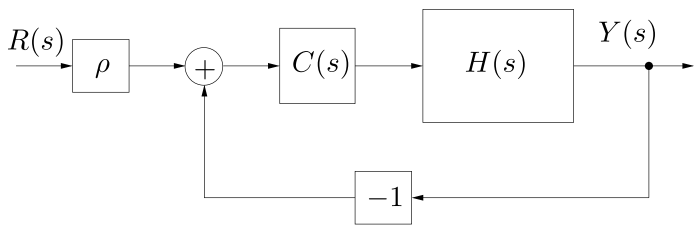
e a lei de controle $x = r - gy$. Determine, se possível (justificando) um ganho $g \in \mathbb{R}$ que aloque os autovalores do sistema em malha fechada em -1 e -3.

$$g = 8$$

$8^{\underline{a}}$ Questão: Considere o sistema linear descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{4(s+2)}{s+1}$$

e o esquema de realimentação unitária com mostrado na figura abaixo.



a) Determine um controlador estritamente próprio que aloque os todos os pólos do sistema em malha fechada em -3

$$b_1 = 0, \quad (a_1 s + a_0)(s+1) + (b_0)(4s+8) = s^2 + 6s + 9, \quad a_1 = 1, b_0 = 1, a_0 = 1$$

$$C(s) = \frac{1}{s+1}$$

b) Determine o valor de ρ que garante erro em regime nulo para entrada em degrau

$$\rho = \frac{f_0}{b_0 \beta_0} = \frac{9}{8}$$