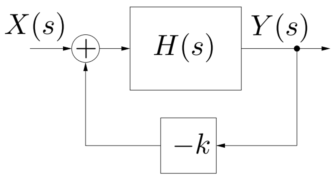
1ª Questão: Para o sistema linear invariante no tempo dado abaixo, determine os valores de α e β (reais) para que o sistema seja controlável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} x$$

$$\mathrm{Ctrb}(A,b) = \begin{bmatrix} \alpha & 2\alpha \\ \beta & -4\alpha + \beta \end{bmatrix}, \det(\mathrm{Ctrb}(A,b)) = -4\alpha^2 - \alpha\beta \neq 0, \quad \alpha \neq 0,\ \beta \neq -4\alpha$$

2ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{s^2 + s}{s^3 - 4s + 5}$$

$$k > 5$$

3ª Questão: Conclua (com justificativa) sobre a estabilidade assintótica do sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ resolvendo a equação de Lyapunov $A'P + PA + Q = 0$ (A' é o transposto de A) para

$$A = \begin{bmatrix} -16 & -2 \\ 8 & -8 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 112 & -16 \\ -16 & 100 \end{bmatrix} > 0 \qquad \Longrightarrow \quad P = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

Assintoticamente estável, pois a solução é única, simétrica e definida positiva.

4ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo: a) é controlável? b) é observável? Justifique a resposta.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

É controlável, pois as linhas de B correspondentes à última linha de cada bloco são LI
Autovalor 1: linhas 2, 3 e 6 são LI; Autovalor 0: linhas 7, 10 e 11 são LI
Não é observável, pois as colunas de C correspondentes à primeira coluna de cada bloco de Jordan não são LI
Autovalor 1: colunas 1, 3 e 4 são LI; Autovalor 0: colunas 7, 8 e 11 não são LI

5ª Questão: O sistema linear invariante no tempo: a) É controlável? b) É observável?

c) Determine, se possível (justificando) um ganho que aloque os autovalores do sistema em malha fechada em -3 e -4 com uma realimentação de estados $x = r - kv$, $k \in \mathbb{R}^{1\times 2}$;
d) Determine, se possível (justificando) um ganho $g \in \mathbb{R}$ estabilizante por realimentação de saída, ou seja, $x = r - gy$,

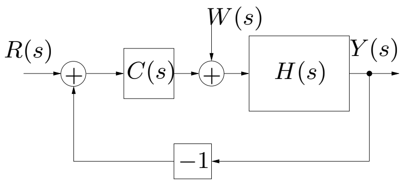
$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

a) sim; b) sim
c) $k = \begin{bmatrix} 14 & 13 \end{bmatrix}$
d) $\det\left(sI - (A - bgc)\right) = s^2 + (g-6)s + g - 3$
Ganho estabizante: $g > 6$

6ª Questão: Considere o sistema linear $H(s)$ e o esquema de realimentação da figura ao lado

$$H(s) = \frac{2s+5}{s-2}$$



a) Determine um controlador (de menor grau possível) que aloque os polos em -4

Controlador de ordem zero ($C(s) = b_0/a_0$):

$$(s-2)a_0 + (2s+5)b_0 = s+4, \quad a_0 = -1/3, \quad b_0 = 2/3, \quad C(s) = -2$$

b) Determine um controlador estritamente próprio (menor grau possível) que aloque os polos em -4

Controlador de ordem um ($C(s) = \dfrac{b_0}{a_1 s + a_0}$)

$$(s-2)(a_1 s + a_0) + (2s+5)b_0 = s^2 + 8s + 4, \quad a_1 = 1, \quad a_0 = 2, \quad b_0 = 4, \quad C(s) = \frac{4}{s+2}$$

c) Determine um controlador próprio (menor grau possível) que garanta erro nulo para uma entrada (sinal de referência) degrau e aloque os polos em -4

Controlador de ordem um ($C(s) = \dfrac{b_1 s + b_0}{a_1 s + a_0}$)

$$(s-2)s(a_1 s + a_0) + (2s+5)(b_1 s + b_0) = s^3 + 12s^2 + 48s + 64$$

$$a_1 = 1, \quad a_0 = 14/5, \quad b_0 = 64/5, \quad b_1 = 28/5, \quad C(s) = \frac{(28/5)s + (64/5)}{s + (14/5)} = \frac{28s+64}{5s+14}$$

Polinômios (com raízes em -4): $s+4$, $s^2+8s+16$, $s^3+12s^2+48s+64$, $s^4+16s^3+96s^2+256s+256$