

Experiência 1:

Fundamentos de Realimentação: Simulação dos Modelos do ECP em Malha Fechada

4 de agosto de 2017

Sumário

1	Introdução	1
2	Emulador Industrial	2
2.1	Preliminares para a Simulação do Modelo	4
2.2	Procedimento de simulação	5
3	Sistema Retilíneo	7
3.1	Preliminares para a Simulação do Modelo	8
3.2	Procedimento de simulação	9
4	Sistema Torcional	12
4.1	Preliminares para a Simulação do Modelo	13
4.2	Procedimento de simulação	15
5	Pêndulo Invertido	17
5.1	Preliminares para a Simulação do Modelo	19
5.2	Procedimento de simulação	20
6	Levitador Magnético	23
6.1	Preliminares para a Simulação do Modelo	26
6.2	Procedimento de simulação	27

1 Introdução

O objetivo desta experiência inicial é o estudo preliminar de sistemas de controle através da simulação dos modelos dos sistemas “Educational Control Products”(ECP). Nesta experiência verifica-se qualitativamente as vantagens da realimentação, do ponto de vista de rastreamento do sinal de referência, denominado *comportamento servo* do sistema controlado; e de atenuação de sinais de distúrbios que possam atingir o sistema, conhecido como *comportamento regulador* do sistema controlado.

Com base nos modelos linearizados serão feitos projetos de controladores simples: em malha aberta e em malha fechada do tipo proporcional. O desempenho quanto ao comportamento servo e regulador serão comparados via simulação, observando estas propriedades fundamentais de sistemas de controle. O controle em malha fechada é realizado através de um controlador simples, do tipo proporcional, e o amortecimento do sistema é aumentado através de

realimentação de velocidade, que simula matematicamente uma alteração da viscosidade do meio onde ocorrem os movimentos. Também o efeito de um pré-filtro adicional sobre a resposta ao degrau do sistema em malha aberta é estudado.

As simulações servem como ferramenta auxiliar e guia para os projetos de controle a ser implementados nos sistemas ECP nas próximas experiências desta disciplina, cujo objetivo é a implementação de vários algoritmos de controle e o estudo da sua eficácia, dependendo da aplicação a que se destina.

Essa experiência deve ser acompanhada pela leitura do texto [1], para a revisão dos conceitos essenciais ao aproveitamento dessa disciplina; os quais sejam:

1. Funções de transferência [1, sec.1];
2. Diagramas e álgebra de blocos [1, sec.2];

além da introdução dos seguintes conceitos básicos:

1. Sistemas de controle em malha aberta e malha fechada [1, sec.3];
2. Redução de sensibilidade aos parâmetros da planta [1, sec.4.1];
3. Redução de sensibilidade a perturbações na saída [1, sec.4.2].

2 Emulador Industrial

Para o sistema emulador industrial demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem perturbações na planta. O emulador industrial deverá estar configurado da seguinte maneira:

- Discos de atuação e carga conectados pelo dispositivo SR;
- Relação de engrenagens 4:1 (24 dentes na atuação e 36 dentes na carga). Correias # 140 e # 260;
- Nenhuma inércia adicional sobre os discos.

Para outras configurações que serão adotadas em futuras experiências bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo, bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$\begin{cases} J_d^* \ddot{\theta}_1 + c_d^* \dot{\theta}_1 = T_d \\ \theta_2 = \frac{\theta_1}{gr} \end{cases} \quad (1)$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{s(J_d^*s + c_d^*)} \quad (2)$$

onde k_{hw} é o ganho de hardware do emulador e J_d^* e c_d^* são, respectivamente, o momento de inércia e o atrito viscoso equivalentes na configuração adotada:

$$J_d^* = J_d + J_l(gr)^{-2}, \quad c_d^* = c_d + c_l(gr)^{-2},$$

onde J_d e J_l são os momentos de inércias dos discos de atuação e de carga, c_d e c_l são os coeficientes de atrito viscoso dos discos de atuação e de carga e gr é a relação de engrenagens.

Observe que as expressões acima refletem os parâmetros J_l e c_l da carga para a atuação. Além disso, como os atritos viscosos naturais dos discos (c_d, c_l) são muito pequenos, o atrito viscoso equivalente c_d^* também será bem pequeno. Nesta experiência, o amortecimento da planta será alterado artificialmente através de realimentação derivativa, como ilustrado na Figura 1.

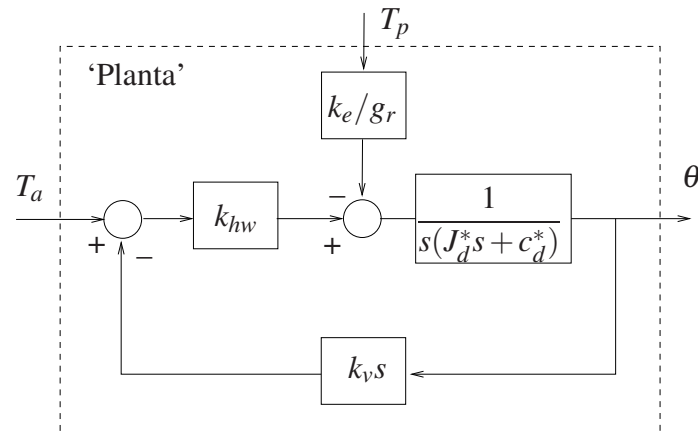


Figura 1: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. T_a : torque de acionamento (entrada servo); T_p : torque de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 2.

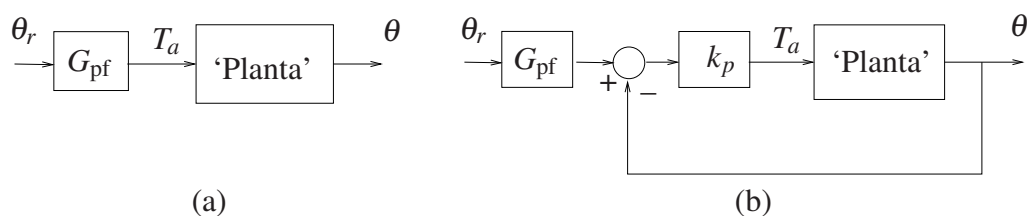


Figura 2: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. θ_r : entrada de referência, G_{pf} : função de transferência do pré-filtro, k_p : ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo (T_a) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação T_p é em geral inacessível. A variável θ_r é o valor de referência para a variável de saída θ , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

A partir da Figs. 1 e 2 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

Problema do Servo consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento T_a . Neste caso faz-se a perturbação T_p nula.

Problema de Regulação consiste em considerar o efeito sinal de perturbação T_p na saída θ . Neste caso toma-se o sinal de referência θ_r nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = \theta_r(t) - \theta(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 2.b, gerando um torque de acionamento definido por $T_a(t) = k_p e(t)$.

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (3)$$

onde $E(s) = \theta_r(s) - \theta(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

2.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos **g**, **t**, **d** e **s** indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

1. Mostre que função de transferência $\theta(s)/T_a(s)$ da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 1 para o problema do servo, será

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{J_d^* s^2 + (c_d^* + k_{hw} k_v) s} \quad (4)$$

sendo que T_a é o torque gerado pelo controlador **t** (5pt).

2. Mostre que função de transferência $\theta(s)/T_p(s)$ da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional”, da Figura 1 para o problema do regulador, será

$$G'_{pr}(s) = \frac{-k_e / g_r}{J_d^* s^2 + (c_d^* + k_{hw} k_v) s} \quad (5)$$

sendo que T_p é o torque gerado motor de distúrbio **t** (5pt). Note que o coeficiente associado ao atrito viscoso c_d^* pode ser aumentado através da escolha de k_v .

3. Faça um programa Matlab **s** (5pt) utilizando os parâmetros do emulador industrial que, ao ser executado, mostra as seguintes informações na tela:

- (a) a função de transferência da “planta compensada” para o problema do servo, $G'_{ps}(s)$, ilustrada na Figura 1. Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`. O fato de $G'_{ps}(0)$ ser infinito tem qual implicação no erro em regime permanente **t** (5pt)?
- (b) a função de transferência da “planta compensada” para o problema do regulador, $G'_{pr}(s)$, ilustrada na Figura 1. O ganho de baixas frequências $G'_{pr}(0)$.
- (c) para o problema servo, a função de transferência de malha fechada de acordo com a Figura 2 (b), com $G_{pf} = 1$. Utilize a função Matlab `feedback` com $k_p = 0, 12$.
- (d) para o problema servo, os erros de regime (devem ser impressos na tela) dos sistemas em malha aberta (com $G_{pf} = 1$) e em malha fechada para uma entrada θ_r em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (3) **t** (5pt).
- (e) para o problema servo, as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta **g** (5pt) e em malha fechada **g** (5pt). No Matlab utilize a função `step`.

Parâmetros do Emulador:

$g_r = 4,$	$k_{hw} = 5,7669 \text{ (N-m/rad)}$
$J_l = 0,0063,$	$J_d = 4,0742e-004 \text{ (kg-m}^2\text{)}$
$c_l = 0,005,$	$c_d = 7,3811e-004 \text{ (N-m/rad/seg)}$
$k_v = 0,005 \text{ (N-m/rad/seg)},$	$k_e = 16000/2\pi \text{ (counts/rad)}$

2.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência são realizados ensaios sobre as simulações de **resposta ao degrau** para as duas formas de controle apresentadas a seguir:

- **Controle em malha aberta.** (vide Figura 2 (a)) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar pequeno (limitado) o erro de regime, uma vez que pela equação (3) este erro tende para infinito, conforme verificado em 3 (e). A função de transferência sugerida para o pré-filtro é

$$G_{pf}(s) = \frac{k_{pf}s}{1 + 0,01s}$$

onde k_{pf} é uma constante.

- **Controle em malha fechada.** (vide Figura 2 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

4. Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) (t) (5pt), e implemente esse valor no script desenvolvido no item 3.
5. No controle em malha fechada, fixe $k_{pf} = 1$ e varie o valor de k_p em torno do valor 0,12 e observe o erro de regime (use o comando `step`). Repita o procedimento fixando $k_p = 0,12$ e variando k_{pf} em torno do valor anterior. Calcule o erro em regime em função de k_p e k_{pf} para o controle em malha fechada e explique o comportamento observado nas simulações (t) (5pt).

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Nos ensaios em malha aberta, utiliza-se primeiro a conexão clássica e em seguida, uma conexão com pré-filtro. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada frente a um degrau de distúrbio na carga são também investigados.

6. Faça um programa Simulink (d) (5pt) do emulador de acordo com a configuração definida na Seção 2, a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn. No programa Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programas Simulink `arquivo.mdl`;
7. Considere uma entrada um pulso de **8000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 8000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;
8. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com $T_s=0,00442$ s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de $k_v = 0,005$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado (com $k_{pf} = 1$) tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho k_p é definido inicialmente como $k_p = 0,03$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada;
9. Numa mesma figura, plote a posição comandada (sinal de referência θ_r) e a saída de posição para controle em malha aberta (g) (5pt). Faça o mesmo para o controle em malha fechada (g) (5pt).
10. Para o controle em malha aberta, ajuste o valor de k_{pf} de acordo com o cálculo realizado no item (4). Repita o item 9 (g) (5pt).

11. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional k_p , utilizando os valores $k_p = \{0,06; 0,12; 0,18; 0,24\}$; e se necessário recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída (t) (5pt). Forneça um único gráfico contendo as respostas de todos os valores de k_p (g) (5pt).
12. Com o objetivo de avaliar o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada, simule um torque de distúrbio na carga . Considere um pulso de amplitude **0,65** [N-m], com duração de **1000 ms** (500 ms no valor 0,65 e 500 ms no valor -0,65) e **4** repetições. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações dos itens **10** (g) (5pt) e **11** (um único gráfico contendo os casos $k_p = \{0,06; 0,12; 0,18; 0,24\}$ (g) (5pt)).
 - (a) O que pode ser afirmado sobre os comportamentos observados (diferenças) entre as respostas de malha aberta e fechada? Foram coerentes com a teoria? Comente livremente (t) (5pt).
 - (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento progressivo do ganho de malha produzido por k_p (t) ?
 - (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada (t) .

3 Sistema Retilíneo

Para o sistema retilíneo demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem variações em parâmetros da planta. O parâmetro a ser variado será a mola conectada entre o carro #1 e um obstáculo rígido. O sistema retilíneo deverá estar inicialmente configurado da seguinte maneira:

- Mola de dureza **média** conectando o atuador ao carro #1;
- Quatro massas de 500 g sobre o carro #1
- Carro #2 desconectado do carro #1.

Para outras configurações, que serão adotadas em futuras experiências, bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 = F(t) \quad (6)$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{m_1s^2 + c_1s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \quad (7)$$

onde

k_{hw} – ganho de hardware	c_1 – atrito viscoso do sistema
m_1 – massa total do sistema	k_1 – constante de mola da mola média
m_{c1} – massa do carro #1	F – força aplicada através do motor
m_{w1} – massa sobre o carro #1	

Como o atrito viscoso inicial do carro #1 (c_1) é muito pequeno, o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação derivativa, como ilustrado no sistema em malha fechada da Figura 3.

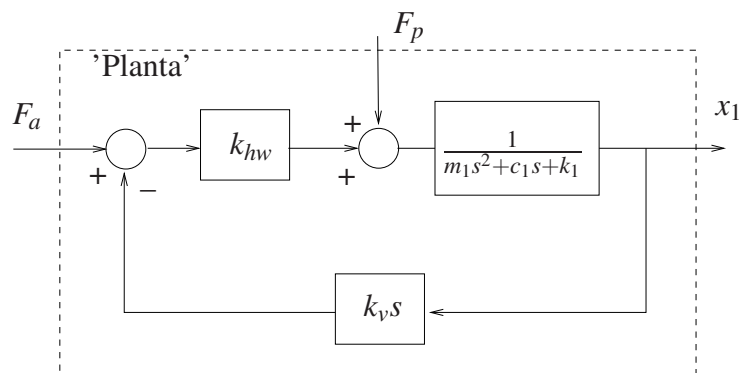


Figura 3: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. F_a : força de acionamento (entrada servo); F_p : força de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 4.

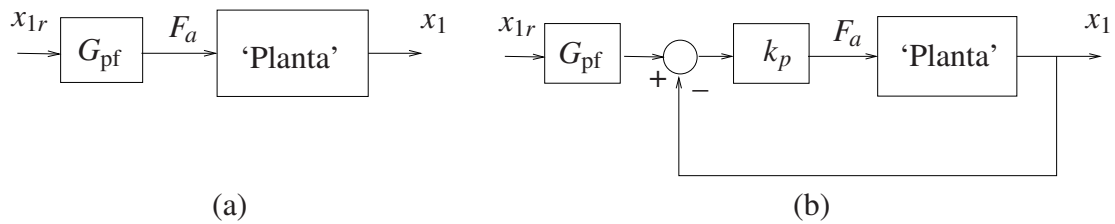


Figura 4: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. x_{1r} : entrada de referência, G_{pf} : função de transferência do pré-filtro, k_p : ganho do controlador proporcional.

A variável x_{1r} é o valor de referência para a variável de saída x_1 , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema. Utiliza-se a entrada de acionamento ou entrada servo (F_a), enquanto a entrada de perturbação F_p é em geral inacessível para o controle.

A partir da Figs. 3 e 4 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

Problema do Servo consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento F_a . Neste caso faz-se a perturbação F_p nula.

Problema de Regulação consiste em considerar o efeito sinal de perturbação F_p na saída x_1 . Neste caso toma-se o sinal de referência x_{1r} nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = x_{1r}(t) - x_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 4.b, gerando uma força de acionamento definida por $F_a(t) = k_p e(t)$.





Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (8)$$

onde $E(s) = X_{1r}(s) - X_1(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

Para o sistema retilíneo a entrada de perturbação F_p não é disponível¹. Nesta experiência a análise do efeito de perturbação externa será realizada através da variação da rigidez da mola, isto é, no lugar de uma perturbação externa ao sistema (sinal $F_p(t)$) será produzida uma variação paramétrica, no caso uma alteração na rigidez da mola.

3.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

1. Mostre que função de transferência $X_1(s)/F_a(s)$ (problema servo) da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 3, utilizando a mola média (k_1), é

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw}k_v)s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \quad (9)$$

¹Seria possível produzir uma perturbação F_p aplicando manualmente uma força ao carrinho. Contudo, essa força não seria mensurável com a presente instrumentação.

em que F_a é a força de acionamento gerada pelo controlador ① (5pt). Note que o coeficiente associado ao atrito viscoso c_1 pode ser aumentado por meio da escolha de k_v e, para a simulação da perturbação, k_1 deve ser substituído por $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$, sendo Δk_1 a diferença entre a mola trocada e a mola inicial.

2. Mostre que função de transferência $X_1(s)/F_p(s)$ (problema de regulação) da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 3, com a mola média é ① (5pt)

$$G'_{p_r}(s) = \frac{1}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \quad (10)$$

sendo que k_1 deve ser substituído por $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$ na simulação da perturbação.

3. Elabore um script em Matlab ⑤ (10pt) utilizando os parâmetros do retilíneo que, ao ser executado, mostra as seguintes informações na tela:

- a função de transferência da “planta compensada” para o problema servo (desenvolvida no item 1) $G'_{p_s}(s)$ quando $k_1^* = k_1$ (valor nominal) e $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$ (valor perturbado) e os respectivos valores dos ganhos de baixa frequência $G'_{p_s}(0)$ e $G'_{p_s^*}(0)$. Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`.
- a função de transferência da “planta compensada” para o problema do regulador (desenvolvida no item 2), $G'_{p_r}(s)$ quando $k_1^* = k_1$ (valor nominal) e $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$ (valor perturbado) e os respectivos valores dos ganhos de baixa frequência $G'_{p_r}(0)$ e $G'_{p_r^*}(0)$.
- as diferenças entre $G'_{p_s}(0)$ com $G'_{p_s^*}(0)$, e $G'_{p_r}(0)$ com $G'_{p_r^*}(0)$.
- para o problema servo, as funções de transferência de malha aberta $G_a(s)$ e $G_a^*(s)$ (use $G_{pf} = 1$) e malha fechada $G_f(s)$ e $G_f^*(s)$ (use $G_{pf} = 1$ e $k_p = 0,12$). Utilize a função Matlab `feedback` para simplificar a malha de realimentação.
- para o problema servo, os valores dos erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para entrada x_{1r} degrau unitário, considerando tanto k_1 como k_1^* . Utilize a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (8) ① (5pt).
- as respostas ao degrau dos sistemas (considerando k_1 e k_1^*) em malha aberta ⑥ (5pt) e em malha fechada ⑥ (5pt). No Matlab utilize a função `step`.

Parâmetros do Retilíneo:	$k_{hw} = 14732 \text{ N/m}$	$\Delta k_1 = 361,4 \text{ N/m}$
	$m_{c1} = 0,778 \text{ kg}$,	$c_1 = 2,94 \text{ N/m/seg}$
	$m_{w1} = 4 \times 0,500 \text{ kg}$,	$k_v = 0,005 \text{ N/m/seg}$
	$k_1 = 338,6 \text{ N/m}$	

3.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência são realizados ensaios sobre as simulações de **resposta ao degrau** para as duas formas de controle apresentadas a seguir:

- **Controle em malha aberta.** (vide Figura 4 (a)) Neste caso o pré-filtro tem a função de anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem perturbações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

- **Controle em malha fechada.** (vide Figura 4 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.
4. Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) (t) (5pt), e implemente o valor obtido no script desenvolvido no item 3 (estava $k_{pf} = 1$).
 5. Determine a expressão de k_{pf} como função de k_p tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo (t) (5pt). No script desenvolvido no 3, ajuste o valor de k_{pf} como função de k_p .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da constante de mola (k_1) são também investigados.

6. Faça um programa Simulink (d) (5pt) do sistema retilíneo de acordo com a configuração definida na Seção 3, a partir das funções de transferências já obtidas em 3. No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn. No programa Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programa Simulink *arquivo.mdl*;
7. Considere uma entrada um pulso de **3000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 3000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;
8. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com $T_s=0,00442$ s. O amortecimento adicional da planta é introduzido por meio de $k_v = 0,005$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado (com $k_{pf} = 1$) tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho k_p é definido inicialmente como $k_p = 0,03$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada;
9. Numa mesma figura, plote a posição comandada (sinal de referência x_{1r}) e a saída de posição para controle em malha aberta (g) (5pt). Faça o mesmo para o controle em malha fechada (g) (5pt).
10. Para o controle em malha aberta, ajuste o valor de k_{pf} de acordo com o cálculo realizado no item (4). Repita o item 9 (g) (5pt).
11. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional k_p , utilizando os valores $k_p = \{0,03, 0,06, 0,12, 0,24\}$ e recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste (de acordo com o item 5). Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída (t) (5pt). Forneça um único gráfico contendo as respostas de todos os valores de k_p (g) (5pt).
12. Simule a substituição da mola de dureza média pela de maior dureza (700 N/m), e mantenha todos os demais parâmetros do sistema inalterados, inclusive os parâmetros de controles de malha aberta e malha fechada (k_{pf} e k_p). Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações do item 10 (g) (5pt) e 11 (um único gráfico contendo os casos $k_p = \{0,03, 0,06, 0,12, 0,24\}$ (g) (5pt)).

-
- (a) O que pode ser afirmado sobre os comportamentos observados (diferenças) entre as respostas de malha aberta e fechada diante do distúrbio na carga? Foram coerentes com a teoria? Comente livremente (t) (5pt).
- (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento progressivo do ganho de malha produzido por k_p (t) (5pt)?
- (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada (t) (5pt).

4 Sistema Torcional

Para o sistema torcional demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem variações em parâmetros da planta. O parâmetro a ser variado será o valor da mola torcional conectada entre o disco #1 e um obstáculo rígido. O sistema torcional deverá estar inicialmente configurado da seguinte maneira:

- Discos #1 e #2 conectados à mola torcional;
- Inércias adicionais sobre o disco #1: quatro massas de 500 g posicionadas a 9,0 cm do centro do disco;
- Disco #2 travado.

Para outras configurações, que serão adotadas em futuras experiências, bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$J_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = T(t) \quad (11)$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + c_1 s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \quad (12)$$

onde²

k_{hw} – ganho de hardware	c_1 – atrito viscoso do sistema
J_1 – momento de inércia total do sistema	k_1 – constante de mola do sistema
J_{d1} – momento de inércia do disco #1	T – Torque aplicado pelo motor
J_w – momento de inércia sobre o disco #1	

Como o atrito viscoso inicial do disco #1 (c_1) é muito pequeno, o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação derivativa, como ilustrado no sistema de controle em malha fechada da Figura 5.

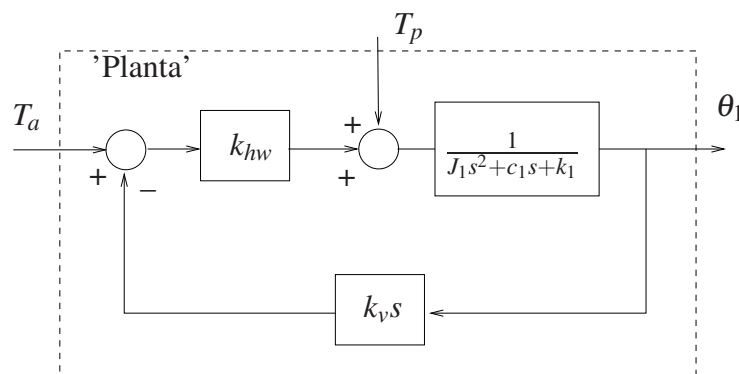


Figura 5: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. T_a : torque de acionamento (entrada servo); T_p : torque de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também

²A contribuição de cada massa adicional ao momento de inércia é $(md^2 + \frac{1}{2}mr^2)$ onde d é a distância dos pesos de massa $m = 0,5$ [kg] ao centro do disco, e $r = 4,95/2$ [cm] é raio destes pesos. Portanto $J_w = 4 \times (md^2 + \frac{1}{2}mr^2)$.

chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 6.

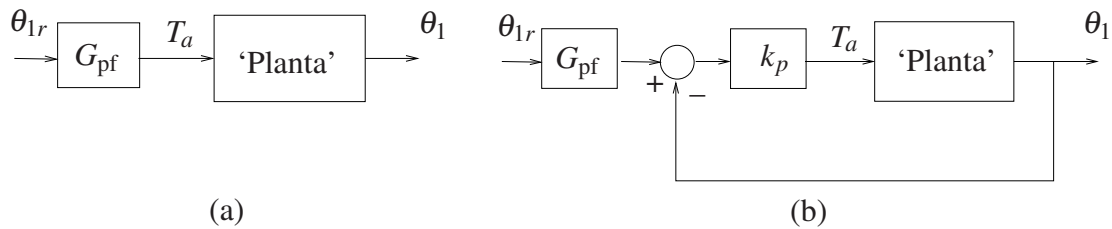


Figura 6: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. θ_{1r} : entrada de referência, G_{pf} : função de transferência do pré-filtro, k_p : ganho do controlador proporcional.

A variável θ_{1r} é o valor de referência para a variável de saída θ_1 , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema. Utiliza-se a entrada de acionamento ou entrada servo (T_a), enquanto a entrada de perturbação T_p é em geral inacessível para o controle.

A partir da Figs. 5 e 6 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

Problema do Servo consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento T_a . Neste caso faz-se a perturbação T_p nula.

Problema de Regulação consiste em considerar o efeito sinal de perturbação T_p na saída θ_1 . Neste caso toma-se o sinal de referência θ_{1r} nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = \theta_{1r}(t) - \theta_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 6.b, gerando um torque de acionamento definida por $T_a(t) = k_p e(t)$.

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (13)$$

onde $E(s) = \theta_{1r}(s) - \theta_1(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

Para o sistema torcional a entrada de perturbação T_p não é disponível³. Nesta experiência a análise do efeito de perturbação externa será realizada através da variação da rigidez da mola, isto é, no lugar de uma perturbação externa ao sistema (sinal $T_p(t)$) será produzida uma variação paramétrica, no caso uma alteração na rigidez da mola.

4.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos , , e indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

³Seria possível produzir uma perturbação T_p aplicando manualmente um torque ao disco. Contudo, esse torque não seria mensurável com a presente instrumentação.

1. Mostre que função de transferência $\theta_1(s)/T_a(s)$ (problema servo) da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 5, utilizando a mola torcional (k_1) é

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \quad (14)$$

sendo que T_a é o torque de acionamento gerado pelo controlador (t) (5pt). Para a simulação da perturbação, a constante de mola alterada k_1^* é dada pela associação (obtida pela retirada do disco #2) de k_1 com k_3 , ou seja

$$\frac{1}{k_1^*} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \quad (15)$$

Finalmente, note que o coeficiente associado ao atrito viscoso c_1 pode ser aumentado por meio da escolha de k_v .

2. Mostre que função de transferência $\theta_1(s)/T_p(s)$ (problema de regulação) da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 5, utilizando a mola torcional (k_1) é (t) (5pt)

$$G'_{pr}(s) = \frac{1}{J_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \quad (16)$$

e no caso da simulação com perturbação, troca-se k_1 por k_1^* .

3. Elabore um script em Matlab (S) (10pt) utilizando os parâmetros do torcional que, ao ser executado, mostra as seguintes informações na tela:
- a função de transferência da “planta compensada” para o problema servo (desenvolvida no item 1) $G'_{ps}(s)$ com k_1 (valor nominal) e k_1^* (valor perturbado) e os respectivos valores dos ganhos de baixa frequência $G'_{ps}(0)$ e $G'_{ps^*}(0)$. Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`.
 - a função de transferência da “planta compensada” para o problema do regulador (desenvolvida no item 2), $G'_{pr}(s)$ com k_1 (valor nominal) e k_1^* (valor perturbado) e os respectivos valores dos ganhos de baixa frequência $G'_{pr}(0)$ e $G'_{pr^*}(0)$.
 - as diferenças entre $G'_{ps}(0)$ com $G'_{ps^*}(0)$, e $G'_{pr}(0)$ com $G'_{pr^*}(0)$.
 - para o problema servo, as funções de transferência de malha aberta $G_a(s)$ e $G_a^*(s)$ (use $G_{pf} = 1$) e malha fechada $G_f(s)$ e $G_f^*(s)$ (use $G_{pf} = 1$ e $k_p = 0,12$). Utilize a função Matlab `feedback` para simplificar a malha de realimentação.
 - para o problema servo, os valores dos erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para entrada x_{1r} degrau unitário, considerando tanto k_1 como k_1^* . Utilize a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (13) (t) (5pt).
 - as respostas ao degrau dos sistemas (considerando k_1 e k_1^*) em malha aberta (g) (5pt) e em malha fechada (g) (5pt). No Matlab utilize a função `step`.

Parâmetros do Torcional:

$$\begin{aligned} k_{hw} &= 17,57 \text{ (N-m/rad)}, & k_1 &= 2,684 \text{ N-m/rad}, \\ J_{d1} &= 2,38e-3 \text{ kg-m}^2, & k_3 &= 2,602 \text{ N-m/rad}, \\ c_1 &= 7,6e-3 \text{ N-m/rad/seg}, & k_v &= 2,5e-2 \text{ N-m/rad/seg}. \end{aligned}$$

4.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência são realizados ensaios sobre as simulações de **resposta ao degrau** para as duas formas de controle apresentadas a seguir:

- **Controle em malha aberta.** (vide Figura 6 (a)) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem perturbações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.
 - **Controle em malha fechada.** (vide Figura 6 (b)) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.
4. Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) (t) (5pt), e implemente o valor obtido no script desenvolvido no item 3 (estava $k_{pf} = 1$).
 5. Determine a expressão de k_{pf} como função de k_p tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo (t) (5pt). No script desenvolvido no 3, ajuste o valor de k_{pf} como função de k_p .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da constante de mola (k_1) são também investigados.

6. Faça um programa Simulink (d) do sistema torcional de acordo com a configuração definida na Seção 4, a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn. No programa Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programa Simulink *arquivo.mdl*;
7. Considere uma entrada um pulso de **1000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 1000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;
8. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com $T_s=0,00442$ s. O amortecimento adicional da planta é introduzido por meio de $k_v = 0,025$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado (com $k_{pf} = 1$), tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho k_p é definido inicialmente como $k_p = 0,12$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada;
9. Numa mesma figura, plote a posição comandada (sinal de referência θ_{1r}) e a saída de posição para controle em malha aberta (g) (5pt). Faça o mesmo para o controle em malha fechada (g) (5pt).
10. Para o controle em malha aberta, ajuste o valor de k_{pf} de acordo com o cálculo realizado no item (4). Repita o item 9 (g) (5pt).
11. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional k_p , utilizando os valores $k_p = \{0,12,0,24,0,48,0,96\}$ e recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste (de acordo com o item 5). Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída (t) (5pt). Forneça um único gráfico contendo as respostas de todos os valores de k_p (g) (5pt).

12. Simule a alteração da mola nominal (curta) retirando o disco #2⁴, e mantenha todos os demais parâmetros do sistema inalterados. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações do item 10 (g) (5pt) e 11 (um único gráfico contendo os casos $k_p = \{0, 12, 0, 24, 0, 48, 0, 96\}$ g) (5pt).
- (a) O que pode ser afirmado sobre os comportamentos observados (diferenças) entre as respostas de malha aberta e fechada diante do distúrbio na carga? Foram coerentes com a teoria? Comente livremente t) (5pt).
 - (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento progressivo do ganho de malha produzido por k_p t) (5pt)?
 - (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada t) (5pt).

⁴ Os segmentos de mola torcional entre os discos #1 e #2, e entre os discos #2 e #3 tem os valores de constante de torção k_1 e k_3 , respectivamente. Assim a mola total entre os discos #1 e #3 passa a ter rigidez dada pela equação (15).

5 Pêndulo Invertido

Para o pêndulo invertido demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo e do comportamento regulador do sistema controlado.

O modelo não linear do pêndulo invertido foi apresentado na Experiência³⁴, seção 2.1.4. da disciplina EA619. Reproduzimos abaixo, através das equações (17) e (18), o referido modelo, acrescentando a ação do atrito viscoso c_1 entre a barra deslizante e o ar.

$$\bar{J}(\ddot{x} + \frac{c_1}{m_1}\dot{x}) - J^*x\dot{\theta}^2 - 2m_1\ell_o x\dot{\theta} + (m_2\ell_o\ell_c - \bar{J})g \sin \theta + m_1\ell_o g x \cos \theta = \frac{J^*}{m_1}F(t) \quad (17)$$

$$\bar{J}\ddot{\theta} + c_r\dot{\theta} + 2m_1x\dot{\theta} + m_1\ell_o x\dot{\theta}^2 - m_2\ell_c g \sin \theta - m_1g x \cos \theta = -\ell_o F(t) \quad (18)$$

Como já visto, as equações (17) e (18) caracterizam um sistema intrinsecamente não-linear, e linearizações em torno do ponto de equilíbrio $\theta_e = x_e = 0$ são necessárias para obter-se modelos lineares válidos. O modelo linearizado nesse ponto de equilíbrio é descrito pelas equações

$$\bar{J}(\ddot{x} + \frac{c_1}{m_1}\dot{x}) + m_1\ell_o g x + (m_2\ell_o\ell_c - \bar{J})g\theta = \frac{J^*}{m_1}F(t) \quad (19)$$

$$\bar{J}\ddot{\theta} + c_r\dot{\theta} - m_1g x - m_2\ell_c g\theta = -\ell_o F(t) \quad (20)$$

onde

$$m_1 = m_{1o} + m_{w1}$$

$$m_2 = m_{2o} + m_{w2}$$

$$\ell_c = (m_{w2}\ell_{w2} + m_{2o}\ell_{co})/m_2$$

$$\bar{J} = J_0^* + m_{w2}(\ell_{w2})^2$$

$$J^* = J_0^* + m_1\ell_o^2 + m_{w2}(\ell_{w2})^2$$

e

- x : deslocamento linear da haste deslizante,
- θ : deslocamento angular da haste principal,
- $F(t)$: força aplicada à haste deslizante,
- m_{1o} : massa da haste deslizante,
- m_{w1} : massa dos pesos na haste deslizante ("orelhas"),
- ℓ_o : distância com sinal da haste deslizante ao pivot,
- m_{w2} : massa do contrapeso,
- ℓ_{w2} : distância com sinal do centro de massa do contrapeso ao pivot (ajustável),
- m_{2o} : massa da haste principal,
- ℓ_{co} : distância com sinal do centro de massa da haste principal ao pivot,
- J_0^* : momento de inércia do pêndulo (sem a haste deslizante e contrapeso),
- c_1 : coeficiente de atrito viscoso entre a haste deslizante e o ar,
- c_r : coeficiente de atrito viscoso entre a haste rotacional e o ar.

O pêndulo invertido deverá estar na **configuração estável**, isto é, a distância do contra-peso ao ponto de pivoteamento deve ser de **10 cm**⁵. Os pesos nas extremidades da haste deslizante também deverão estar presentes. Esta configuração permitirá que o pêndulo retorne à posição de equilíbrio $x_e = 0$, $\theta_e = 0$ após pequenos deslocamentos da haste.

Nesta experiência, considera-se apenas o controle proporcional de posição da haste deslizante do pêndulo inicialmente sem presença de distúrbio e depois com a presença de uma força

⁵Esta posição do contrapeso corresponde a um valor de $\ell_{w2} = -13,75$ cm.

de distúrbio. Para isso vamos considerar, numa primeira etapa, a **Haste Rotacional Travada**, ou seja, haverá movimento somente da haste deslizante. Numa segunda etapa o movimento da Haste Rotacional será liberado e com isso observa-se que devido a uma ligeira inclinação desta a Haste Deslizante estará sob a ação de uma força adicional, com relação ao **Caso Travado** e que vamos considerar, nesta experiência particularmente, como força de distúrbio $F_p(t)$ ao movimento livre da haste deslizante.

Observe que na situação **Haste Rotacional Travada** teremos $\theta \equiv 0$, $\dot{\theta} \equiv 0$ e $\ddot{\theta} \equiv 0$. Nesta situação pode-se deduzir das equações (19) e (20) que o movimento da Haste Deslizante é descrito pela equação (21).

$$m_1\ddot{x} + c_1\dot{x} = F(t) \quad (21)$$

Na situação **Haste Rotacional Destravada** a ação do distúrbio $F_p(t)$ transforma a equação (21) em

$$m_1\ddot{x} + c_1\dot{x} = F_a(t) + F_p(t) \quad (22)$$

A função de transferência do **comportamento do servo** será então

$$G_p(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{k_{hw}}{m_1s^2 + c_1s}, \quad k_{hw} = k_s k_f k_x \quad (23)$$

onde

$F(s)$ – força aplicada à haste

$X(s)$ – deslocamento linear da haste

k_{hw} – ganho de hardware

m_1 – massa da haste deslizante incluindo as “orelhas”

Para diminuir o comportamento oscilatório da haste, e melhor ressaltar o efeito do distúrbio, introduz-se alterações no amortecimento na planta artificialmente através de realimentação derivativa, como ilustrado diagrama da Figura 7. Desta forma o amortecimento da planta será aumentado “simulando-se matematicamente uma mudança da viscosidade do meio onde o movimento ocorre”.

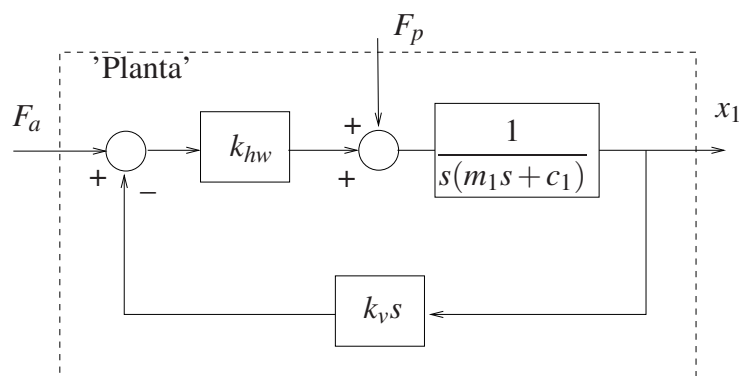


Figura 7: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. F_a : força de acionamento (entrada servo); F_p : força de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 8.

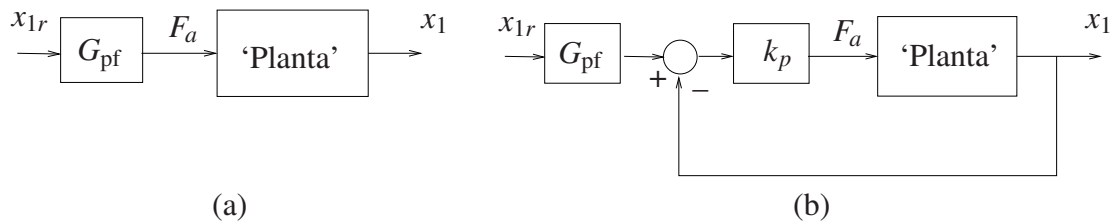


Figura 8: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. x_{1r} : entrada de referência, G_{pf} : função de transferência do pré-filtro, k_p : ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo (F_a) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação F_p é em geral inacessível. A variável x_{1r} é o valor de referência para a variável de saída x_1 , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

A partir da Figs. 7 e 8 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

Problema do Servo consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento F_a . Neste caso faz-se a perturbação F_p nula.

Problema de Regulação consiste em considerar o efeito sinal de perturbação F_p na saída x_1 . Neste caso toma-se o sinal de referência x_{1r} nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = x_{1r}(t) - x_1(t)$$





denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 8.b, gerando uma força de acionamento definida por $F_a(t) = k_p e(t)$.

No estudo de controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma


$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (24)$$

onde $E(s) = \theta_r(s) - \theta(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

5.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Lembrete: As simulações a seguir dizem respeito ao sistema pêndulo invertido configurado com a haste rotacional travada.

1. Mostre que função de transferência $X_1(s)/F_a(s)$ da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Figura 7 para o problema do servo, é 

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s} \quad (25)$$

2. Mostre que função de transferência $X_1(s)/F_p(s)$ da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional”, da Figura 7 para o problema do regulador, será

$$G'_{pr}(s) = \frac{1}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v) s} \quad (26)$$

sendo que a simulação do aumento do atrito viscoso pode ser controlada através da escolha de k_v (t) .

3. Faça um programa Matlab (S) utilizando os parâmetros do pêndulo invertido, contendo:
- a função de transferência da “planta compensada” para o problema do servo, $G'_{ps}(s)$, ilustrada na Figura 7. Utilize as funções Matlab `tf`, `dcgain`. Qual o significado para o erro em regime permanente do valor de $G'_{ps}(0)$ ser infinito (t) ?
 - a função de transferência da “planta compensada” para o problema do regulador, $G'_{pr}(s)$, ilustrada na Figura 7. O ganho de baixas frequências $G'_{pr}(0)$.
 - a função de transferência de malha fechada, $G_f(s)$, de acordo com a Figura 8 (b), com $G_{pf} = 1$. Utilize a função Matlab `feedback` com $k_p = 0,2$.
 - os erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para uma entrada x_{1r} em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (24) (t) .
 - as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta (g) e em malha fechada (g) . No Matlab utilize a função `step`.

Parâmetros do Pêndulo:

$$\begin{aligned} J_0^* &= 0,024264 \text{ kg.m}^2 & \ell_{w2} &= -0,1375 \text{ m} \\ g &= 9,8 \text{ m/s}^2 & \ell_0 &= 0,33 \text{ m} \\ c_1 &= 0,2254 \text{ Ns/m} & k_a &= 2546 \\ c_r &= 0,0144 \text{ Nms/rad} & k_x &= 50200 \\ m_1 &= 0,2376 \text{ kg} & k_f &= 0,0013 \\ k_v &= 0,01 \text{ Ns/m} & k_s &= 32 \\ m_{w2} &= 1 \text{ kg} & k_{hw} &= k_s k_f k_x \text{ N/m} \\ m_{2o} &= 0,785 \text{ kg} & \ell_{co} &= 0,071 \text{ m} \end{aligned}$$

5.2 Procedimento de simulação



Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações (entrada degrau) das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta.** (vide Figura 8.a) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar pequeno (limitado) o erro de regime para uma entrada em degrau, uma vez que pela função de transferência (25) este erro tende para infinito, conforme verificado no item 3 (e). A função de transferência sugerida para o pré-filtro é

$$G_{pf}(s) = \frac{k_{pf} s}{1 + 0,01s} \quad (27)$$


onde k_{pf} é uma constante.

- **Controle em malha fechada.** (vide Figura 8.b) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

4. Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) . No programa Matlab da questão 3 inclua o pré-filtro calculado com o ganho k_{pf} .
5. No controle em malha fechada, fixe $k_{pf} = 1$ e varie o valor de k_p em torno do valor 0,2 e observe o erro de regime. Repita o procedimento fixando $k_p = 0,2$ e variando k_{pf} em torno do valor anterior. Calcule o erro em regime em função de k_p e k_{pf} .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Nos dois casos utiliza-se o pré-filtro para tentar anular o erro de regime. Em malha aberta o pré-filtro é dado pela equação (27), e em malha fechada $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

Observe que nos modelos não-linear e linearizado sem travamento da haste rotacional, uma força gravitacional atua sobre a haste deslizante quando o ângulo $\theta \neq 0$. Considere essa força como um distúrbio atuando sobre o sistema (vide Figura 7).

6. Faça um programa Simulink  para simular o modelo linear do Pêndulo Invertido com a **Haste Rotacional Travada** de acordo com a equação (23). No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn;
7. Utilize um programa Simulink disponível no laboratório para simular o modelo não-linear do Pêndulo Invertido, de acordo com as equações (17) e (18). Para completar a malha de acionamento é preciso lembrar como estão distribuídos os ganhos de hardware k_f, k_s, k_x e k_a ⁶; vide a Figura 9;

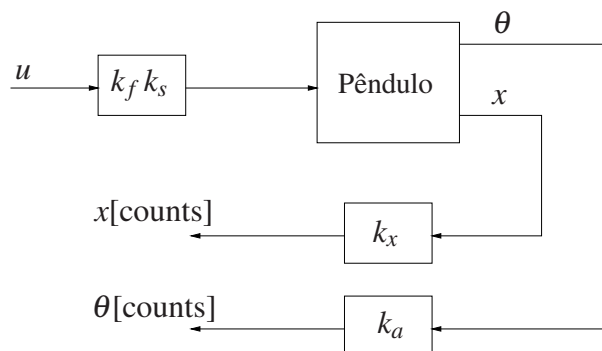









Figura 9: Diagrama de blocos para o modelo completo do Pêndulo (não-linear).

8. Faça um programa Simulink para simular o modelo linearizado , em torno do ponto $x(0) = 0$, de acordo com as equações (19) e (20). Inclua as constantes k_f, k_s, k_x e k_a como na Figura 9;
9. Utilize o programa Matlab contendo os parâmetros do sistema, feito na questão 3 como programa “monitor” para chamar os programas Simulink feitos nos itens 6, 7 e 8. No programa Matlab utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programas Simulink `arquivo.mdl`;
10. Considere como entrada pulsos, com amplitudes:

⁶Para maiores detalhes vide o roteiro da Experiência 3 da disciplina EA619 http://www.dt.fee.unicamp.br/~ricfow/EA619/EA619_exp03.pdf

- (a) **500** [counts], com duração de **4000** ms (2000 ms no valor 500 e 2000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária,
- (b) **2000** [counts], com duração de **4000** ms (idem) e uma repetição em direção contrária;
11. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com $T_s=0,001768$ s. Introduza nos três modelos utilizados, o atrito viscoso adicional através da realimentação de velocidade com $k_v = 0,01$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como $k_p = 0,05$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com $k_{pf} = 1$;
12. Plote a saída de posição , e a posição comandada  ;
13. Introduza os seguintes valores para controlador proporcional, $k_p = \{0, 1, 0, 2, 0, 4, 0, 8\}$ e recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste. Repita os itens de **10** a **12** no que se refere ao controle em malha fechada;
14. Responda as questões:
- (a) As respostas em malha aberta obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Justifique  .
- (b) De que forma o comportamento regulador do sistema frente ao distúrbio na carga é afetado quando o controle é feito em malha aberta e em malha fechada  ?
- (c) De que forma o comportamento regulador do sistema frente ao distúrbio na carga é afetado pelo aumento do ganho de malha produzido por k_p no sistema de malha fechada e com relação à variação da posição comandada  .
- (d) Por que o erro de regime do controle em malha fechada do modelo não linear não é nulo? Comente a variação deste erro com relação à variação de k_p e da posição comandada  .

6 Levitador Magnético

Para o levitador magnético demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo e do comportamento regulador do sistema controlado.

O levitador magnético deverá estar na configuração com um único disco (disco #1). O modelo não-linear que descreve o movimento do disco #1, quando há corrente tanto na bobina #1 como na bobina #2 é descrito na página 61 do Manual do ECP [?], e é apresentado a seguir, em unidades do MKS:

$$m_1\ddot{y}_1 + c_1\dot{y}_1 = \frac{u_1}{a(k_s y_1 + b)^4} - \frac{u_2}{a(y_c - k_s y_1 + b)^4} - m_1 g \quad (28)$$

onde:

m_1 : é a massa do disco magnético #1, medido em [kg];

c_1 : é o coeficiente de atrito viscoso do disco #1 com o ar, medido em [Ns/m];

y_1 : é a altura do disco #1, medida em [m];

u_1 : é a corrente na bobina #1, medida em [A];

u_2 : é a corrente na bobina #2, medida em [A];

y_c : é a distância entre as bobinas #1 e #2, medida em [cm];

k_s : é a relação de metros para centímetros, ou seja, $k_s = 100$;

a e b : são constantes que descrevem as propriedades físicas do atuador.

Observação Importante: As constantes a e b foram determinadas na Experiência 4 da disciplina EA-617. Os valores são $a = 8,8090e-005$ e $b = 6,3690$, quando as forças de interação magnética são medidas em [N], e a altura do disco é medida em [cm].

A compensação da não linearidade do sensor por calibração será utilizada nesta experiência, mas não a compensação da não linearidade do atuador. Com esta configuração pode-se assumir um modelo linearizado por série de Taylor, em torno de um ponto de operação y_{10} , conforme descrito em [?, Cap.5, p. 63]. Este modelo, quando considerado o ganho de calibração do sensor k_s , será dado pela seguinte equação diferencial, em unidades do MKS:

$$m_1\ddot{y}_1^* + c_1\dot{y}_1^* + k_1 y_1^* = k_{u_1} u_1^*(t) + k_{u_2} u_2^*(t) \quad (29)$$

onde:

$y_1^* = y_1(t) - y_{10}$: é o desvio em torno do ponto de operação, medido em [m];

$u_1^* = u_1(t) - u_{10}$: é o desvio de corrente, medido em [A], necessário para levar o disco até a referência de y_{10} , sendo u_{10} a corrente necessária para levar o disco até o ponto de operação y_{10} [m];

$u_2^* = u_2(t)$: aqui a força de interação magnética gerada pela bobina #2 é vista como uma força de perturbação.

As constantes k_1 , k_{u_1} e k_{u_2} são as resultantes do desenvolvimento da equação (28) em série de Taylor e são dadas na forma,

$$k_1 = \frac{4k_s u_{10}}{a(k_s y_{10} + b)^5} \quad [N/m] \quad (30)$$

$$k_{u_1} = \frac{1}{a(k_s y_{10} + b)^4} \quad [N/A] \quad (31)$$

$$k_{u_2} = \frac{1}{a(y_c - k_s y_{10} + b)^4} \quad [N/A] \quad (32)$$

Introduz-se a seguir uma transformação de unidades a fim de compatibilizar as equações acima com o hardware do sistema ECP. É preciso considerar que o sistema ECP foi projetado para operar em unidade de [counts] tanto para as forças geradas por u_1 e u_2 , como para as posições especificadas dos discos #1 e #2, obtidas na forma de medidas calibradas dos sensores $y_{1_{cal}}$ e $y_{10_{cal}}$, respectivamente. As relações entre [counts] e [N], e entre [counts]e[m] são dadas por

$$1[N] = 10^4[\text{counts}] \quad \text{e} \quad 1[m] = 10^4 k_s [\text{counts}]$$

Temos portanto que a relação entre a altura real $y_1[m]$, medida em metros, e a saída calibrada do sensor $y_{1_{cal}}[\text{counts}]$, medida em counts, será,

$$y_1[m] = \frac{y_{1_{cal}}[\text{counts}]}{10^4 k_s} \quad (33)$$

Substituindo a equação (33) nas equações (28) e (29) o sistema será representado em unidades do sistema ECP para o *modelo não-linear* como:

$$m_1 \ddot{y}_{1_{cal}} + c_1 \dot{y}_{1_{cal}} = \frac{k_s u_{1_{counts}}}{a(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4} - \frac{k_s u_{2_{counts}}}{a(y_c - y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4} - k_s 10^4 m_1 g \quad (34)$$

Observe que, em regime permanente, a força necessária a ser aplicada ao disco magnético ($u_{10_{counts}}$), conhecendo-se o ponto de equilíbrio desejado ($y_{10_{cal}}$), é obtida fazendo o lado direito da equação (34) igual a zero, com $u_{2_{counts}} = 0$, resultando em:

$$u_{10_{counts}} = 10^4 a m_1 g \left(\frac{y_{10_{cal}}}{10^4} + b \right)^4 \quad (35)$$

vide a Figura 10.

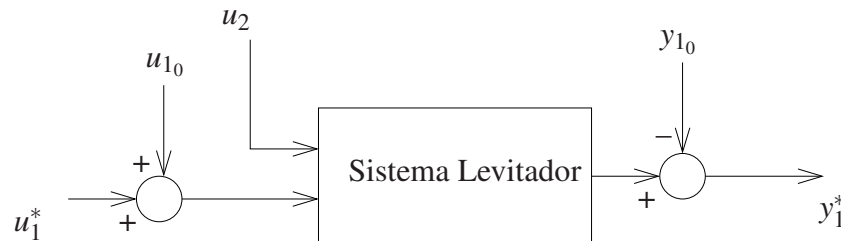


Figura 10: Sistema levitador com ajuste de operação no ponto de equilíbrio desejado y_{10} . Variáveis: u_1^* entrada incremental, y_1^* saída incremental.

Nas Experiências 1 e 2 utiliza-se o *modelo linearizado* do sistema por Taylor no ponto (u_{10}, y_{10}) . A representação em torno deste ponto de operação é dada por:

$$m_1 \ddot{y}_{1_{cal}}^* + c_1 \dot{y}_{1_{cal}}^* + k_1 y_{1_{cal}}^* = k_{u_1} u_{1_{counts}}^* - k_{u_2} u_{2_{counts}}^* \quad (36)$$

onde⁷:

$$k_1 = \frac{4k_s u_{10}/10^4}{a(y_{10_{cal}}/10^4 + b)^5} \quad (37)$$

$$k_{u_1} = \frac{k_s}{a(y_{10_{cal}}/10^4 + b)^4} \quad (38)$$

$$k_{u_2} = \frac{k_s}{a((y_c - y_{10_{cal}})/10^4 + b)^4} \quad (39)$$

⁷As constantes k_1, k_{u_1} e k_{u_2} aqui são adimensionais

A equação (36) é uma das possíveis formas de representação linear do levitador, quando configurado com um único disco. Reforçando, esta representação levou em conta a calibração do sensor óptico para compensar a não linearidade deste medidor e a linearização por série de Taylor do modelo do atuador eletromagnético. São uma equações de 2a. ordem cuja funções de transferências são dadas por

$$\frac{Y_1^*}{U_1^*} = \frac{k_{u1}}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1}, \quad \frac{Y_1^*}{U_2^*} = \frac{-k_{u2}}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1} \quad (40)$$

vide a Figura 11 contendo o diagrama de blocos correspondente.

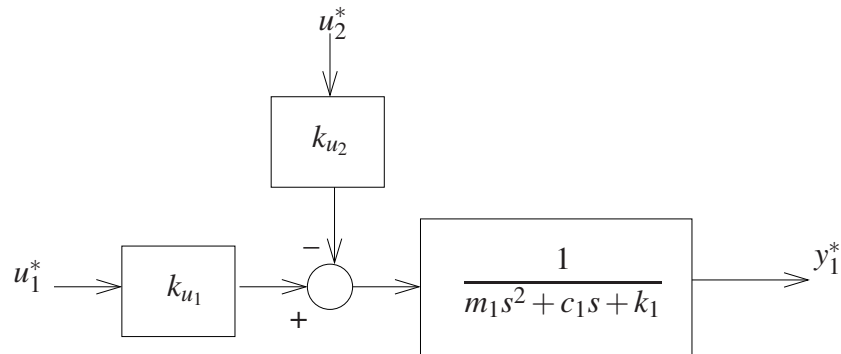


Figura 11: Modelo incremental do sistema levitador (sem amortecimento adicional).

Como o atrito viscoso c_1 entre o disco #1 e o ar é muito pequeno, as oscilações poderão apresentar grande amplitude quando se deseja levar o disco a um determinado ponto de operação. Desta forma o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação de velocidade \dot{y}_1 , como ilustrado na Figura 12, “simulando-se” uma mudança da viscosidade do meio onde o movimento ocorre.

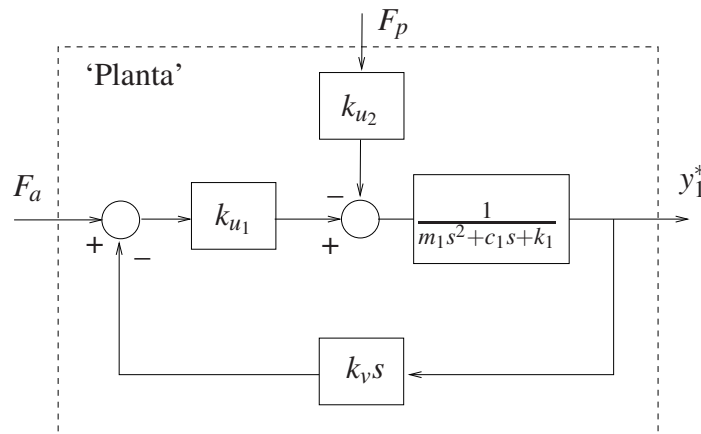


Figura 12: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. F_a : força de acionamento (entrada servo); F_p : força de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Figura 13. Para simplificar a notação denotaremos as variáveis incrementais u_1^* e y_1^* simplesmente por u_1 e y_1 nas representações lineares a seguir.

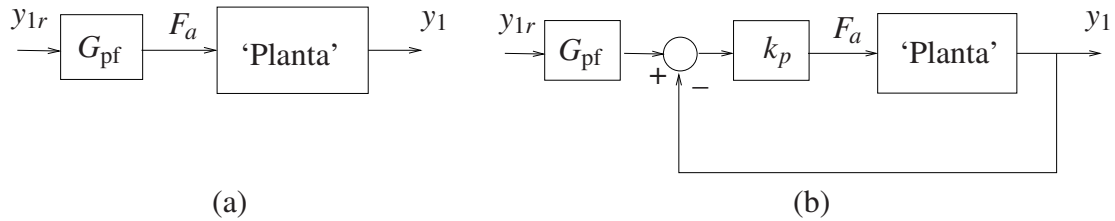


Figura 13: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. y_{1r} : entrada de referência, G_{pf} : função de transferência do pré-filtro, k_p : ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo (F_a) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação F_p é em geral inacessível. A variável y_{1r} é o valor de referência para a variável de saída y_1 , e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

A partir da Figs. 12 e 13 podemos identificar dois problemas fundamentais de controle:

Problema do Servo consiste em comandar o sistema segundo uma trajetória desejada, utilizando a entrada acessível para acionamento F_a . Neste caso faz-se a perturbação F_p nula.

Problema de Regulação consiste em considerar o efeito sinal de perturbação F_p na saída y_1^* . Neste caso toma-se o sinal de referência y_{1r} nulo.

É natural definirmos um sinal de erro expresso por:

$$e(t) = y_{1r}(t) - y_1(t)$$





denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Figura 13.b, gerando uma força de acionamento definida por $F_a(t) = k_p e(t)$.


Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (41)$$

onde $E(s) = Y_{1r}(s) - Y_1(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

6.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.





1. Mostre que função de transferência da “planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional” da Fig 12, para o problema do servo, será 

$$G'_{ps}(s) = \frac{k_{u1}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{u1} k_v) s + k_1} \quad (42)$$

2. Mostre que função de transferência da ‘planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional’, para o problema do regulador, será

$$G'_{pr}(s) = \frac{-k_{u2}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{u1} k_v) s + k_1} \quad (43)$$



Note que o coeficiente de atrito c_1 pode ser aumentado através da escolha de k_v .

3. Faça um programa Matlab  utilizando os parâmetros do levitador, contendo:
- a função de transferência da ‘planta compensada’ da Figura 12, para o problema do servo, $G'_{ps}(s)$ quando a massa do disco é m_1 (valor nominal) e quando a massa é alterada para $m_1 + \Delta m_1$ (valor perturbado). O cálculo do ganho de baixas frequências $G'_{ps}(0)$. Utilize as funções Matlab `tf`, `dcbain`.
 - a função de transferência da ‘planta compensada’ da Figura 12, para o problema do regulador, $G'_{pr}(s)$ quando a massa do disco m_1 tem o valor nominal. O ganho de baixas frequências $G'_{pr}(0)$.
 - compare $G'_{ps}(0)$ com $G'_{pr}(0)$ para o valor nominal m_1 da massa do disco.
 - a função de transferência de malha fechada, $G_f(s)$, de acordo com a Fig 13.b), com $G_{pf} = 1$. Utilize a função Matlab `feedback` com $k_p = 1$.
 - os erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para uma entrada y_{1r} em degrau unitário, utilizando a função `dcbain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (41) .
 - as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta  e em malha fechada . No Matlab utilize a função `step`.








	$a = 8,557e-5$	$k_s = 100 \text{ N/m}$
	$b = 6,5580$	$m_1 = 0,123 \text{ kg}$
	$g = 9,8 \text{ m/s}^2$	$\Delta m_1 = 0,023 \text{ kg}$
Parâmetros do Levitador:	$c_1 = 0,4078 \text{ Ns/m}$	$k_v = 0,01 \text{ Ns/m}$
	$k_1 = 56,34$	$y_c = 13,2 \text{ cm}$
	$k_{u1} = 217,87$	$y_{10} = 2,0e+4 \text{ counts}$
	$k_{u2} = 11,75$	

6.2 Procedimento de simulação

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta.** (vide Figura 13.a) Neste caso o pré-filtro terá a função de anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem perturbações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.
 - **Controle em malha fechada.** (vide Figura 13.b) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplesmente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.
- Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo) . No programa Matlab da questão 3 inclua o pré-filtro calculado com o ganho k_{pf} .
 - Determine a expressão de k_{pf} como função de k_p tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo . No programa Matlab da questão 3 inclua o cálculo de k_{pf} , como função de k_p .

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da massa do disco #1 (m_1) são também investigados.

6. Faça um programa Simulink  para simular o levitador magnético de acordo com a equação (34). No programa Matlab com os dados, utilize o comando `sim <arquivo.mdl>` para executar a chamada dos programa Simulink *arquivo.mdl*;
7. Faça um programa Simulink  do levitador magnético para simular o modelo linearizado em torno do ponto y_{1_0} , de acordo com a equação (36) e as Figs. 13.a e 13.b, a partir das funções de transferências já obtidas no item 3. No Simulink utilize os blocos em /Continuous/Transfer Fcn.
8. Considere como entrada de referência os seguintes sinais:
 - um pulso com amplitude **15000** [counts] com duração de **4000** [ms] (2000 ms no valor 15000 counts e 2000 ms no valor zero);
 - idem, com amplitude de **1000** [counts] (Obs.– Note que esta amplitude corresponde a uma variação de 1mm na posição do disco. Comente sobre a possibilidade de realizar este ensaio no sistema real).
9. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com $T_s=0,001768$ s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de $k_v = 0,01$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como $k_p = 0,1$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com $k_{pf} = 1$. Utilize y_{1_0} conforme a tabela dos parâmetros do levitador apresentada ao final da sub-seção anterior e u_{1_0} definido pela equação (35);
10. Plote a saída de posição , e a posição comandada  (sinal de referência y_{1r});
11. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine k_{pf} de tal forma que que o erro em regime dos sistemas em malha aberta e malha fechada seja mínimo. No caso do modelo linearizado isso significa adotar o ganho k_{pf} de forma a se obter $G_{pf}(0)G_a(0) = 1^8$. Implemente o novo valor de k_{pf} e repita o passo 9, ajustando, **se necessário** o ganho k_{pf} para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional k_p , utilizando os valores $k_p = \{0,1, 0,3, 0,6, 1,0\}$ e recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída .
12. Simule uma força magnética de distúrbio provocada pela bobina #2. Considere um pulso de amplitude **22000** [counts] iniciando em **1000** [ms] com largura de **1000** [ms] e repetindo-se novamente a partir de **3000** [ms]. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no passo 11. As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique .
13. Responda as questões:
 - (a) Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga? Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho .

⁸No caso malha aberta, $G_a(s) \equiv G'_{ps}(s)$ dada em (42), e no caso em malha fechada $G_a(s) \equiv G_f(s)$ determinada em Q03.e). Vide as Figs. 13.a e 13.b, respectivamente.

- (b) Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por k_p ⓘ ?
- (c) Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada ⓘ .

Referências

- [1] P. A. V. Ferreira. Introdução aos sistemas de controle. Notas de aula do Prof. Paulo Valente, FEEC-UNICAMP, 1999, <http://www.dt.fee.unicamp.br/~jbosco/ea722/rotaula0.pdf>. 1, 1, 2, 1, 2, 3
- [2] G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson, Upper Saddle River, NJ, 6 edition, 2009.
- [3] J. C. Geromel and A. G. B. Palhares. *Análise Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios*. Blucher, São Paulo, SP, 2004.
- [4] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, RJ, 3 edition, 1998.
- [5] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 730 – Magnetic Levitation System*, 1999.

Roteiro – Correção

Emulador

1. t
2. t
3. s
 - (a) t
 - (d) t
 - (e) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t
11. t
12. (a) t
(b) t
(c) t

Torcional 1

1. t
2. t
3. s
 - (e) t
 - (f) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t g
11. t
12. (a) t
(b) t
(c) t

Torcional 2

1. t
2. t
3. s
 - (e) t
 - (f) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t g
11. t
12. (a) t
(b) t
(c) t

Retilíneo 1

1. t
2. t
3. s
 - (e) t
 - (f) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t
11. t
12. (a) t
(b) t
(c) t

Retilíneo 2

1. t
2. t
3. s
 - (e) t
 - (f) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t
11. t
12. (a) t
(b) t
(c) t

Emulador

1. t
2. t
3. s
 - (a) t
 - (d) t
 - (e) g g
4. t
5. t
6. d
- 7.
- 8.
9. g g
10. t
11. t
12. (a) t
(b) t
(c) t