

Experiência 6:

Controle Não Co-aloado (*non-allocated*)

19 de outubro de 2017

Sumário

| | |
|---|-----------|
| 1 Controle não co-aloado | 1 |
| 1.1 Configurações adotadas | 2 |
| 2 Detalhamento do projeto | 6 |
| 2.1 Sistemas: emulador, retilíneo e torcional | 6 |
| 2.1.1 Procedimento experimental | 8 |
| 2.2 Sistema: pêndulo invertido | 9 |
| 2.2.1 Procedimento experimental | 12 |
| 2.3 Sistema: levitador magnético | 13 |
| 2.3.1 Detalhamento | 14 |
| 2.3.2 Procedimento experimental | 14 |
| 3 Pré-relatório da Experiência 7 | 16 |

1 Controle não co-aloado

Na Experiência 5 para os sistemas retilíneo e torcional, demonstrou-se que o controle co-aloado é efetivo no controle da posição do primeiro elemento (carro #1 (x_1) ou disco #1 (θ_1)), no qual simultaneamente, se aplica a ação de controle e se toma a medida de posição.

Observou-se que o controlador obtido através desta estratégia apresentava altos ganhos, e numa segunda etapa, quando adotou-se o ponto de vista do controle de posição do segundo elemento (carro #2 (x_2) ou disco #2 (θ_2)), a estratégia de alto ganho mostrou-se inadequada. Basicamente esta introduz oscilações no segundo elemento, e para correção desse efeito, verificou-se que o controle da posição do carro #2 (x_2) ou do disco #2 (θ_2) através apenas da realimentação da variável x_1 (ou θ_1) levava a uma estratégia de baixos ganhos, com o efeito de aumento do tempo de subida e do erro de regime da variável de posição.

Como forma de tentar eliminar as desvantagens acima, nesta experiência realiza-se o chamado *controle não co-aloado* dos sistemas retilíneo, torcional e levitador, e introduz-se esse experimento para o pêndulo invertido e o emulador industrial, utilizando a correia flexível. Medidas da variável de posição do segundo elemento são incorporadas ao sistema de controle, mas mantém-se a atuação localizada junto ao primeiro elemento. O controle neste caso pode ser bem mais complexo e para explorar as alternativas de um projeto aprimorado, utiliza-se a metodologia de ajuste de ganhos pelo Lugar das Raízes (*Root Locus*).

1.1 Configurações adotadas

A configuração adotada para os sistemas são as seguintes:

Emulador: Discos de atuação e de carga conectados: $n_{pd} = 24$ e $n_{pl} = 36$, de tal forma que a relação total de engrenagens será de 4:1,

- 4 massas de 0.5 kg dispostas a 10.0 cm do centro do disco de carga; nenhuma massa sobre o disco de atuação.

A conexão entre o dispositivo SR ('speed reduction') e o disco de carga é feita através de uma *correia flexível* conforme o esboço da Figura 1. A correia incorpora ao sistema efeitos de mola (k) e de amortecimento (c) torcionais, e que dá origem a um sistema de 4a. ordem. Desprezando-se o efeito de amortecimento da correia, as funções de transferências de malha aberta associadas à configuração podem ser escritas como:

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = k_{hw} \frac{N_1(s)}{D(s)}, \quad \frac{\theta_2(s)}{\theta_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

onde θ_1 é o deslocamento angular do disco de atuação, θ_2 é o deslocamento angular do disco de carga, T é o torque aplicado ao disco #1, e

$$N_1(s) = J_\ell s^2 + c_2 s + k, \quad N_2(s) = k/g_r$$

$$D(s) = J_d^* J_\ell s^4 + (c_2 J_d^* + c_1 J_\ell) s^3 + [(J_d^* + J_\ell g_r^{-2})k + c_1 c_2] s^2 + (c_1 + c_2 g_r^{-2}) k s.$$

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

| | |
|---|---|
| $J_d = 40.7 \cdot 10^{-5} \text{ kg-m}^2$ | momento de inércia do disco de atuação, |
| $J_{d\ell} = 62.5 \cdot 10^{-4} \text{ kg-m}^2$ | momento de inércia do disco de carga, |
| $m_{w\ell} = 4 \times 0.5 \text{ kg}$ | massa total sobre o disco de carga, |
| $r_{w\ell} = 0.1 \text{ m}$ | distância das massas ao centro do disco de carga, |
| $r_{mw} = 0.025 \text{ m}$ | raio das massas sobre o disco de carga, |
| $J_\ell = J_{d\ell} + m_{w\ell}(r_{w\ell}^2 + r_{mw}^2/2)$ | momento de inércia total no disco de carga |
| $J_p = 7.8 \cdot 10^{-5} \text{ kg-m}^2$ | momento de inércia do pino SR |
| $g_r = 4, \quad g_r' = 2$ | relação de velocidades 4 : 1 [†] , |
| $k = 8.45 \text{ N-rd}$ | constante elástica da correia flexível, |
| $k_{hw} = 5.76$ | ganho de hardware, |
| $c_1 = 7.38 \cdot 10^{-4}, \quad c_2 = 5.0 \cdot 10^{-2} \text{ N-m/rad}$ | coeficientes de atrito viscoso nos discos, |
| $J_d^* = J_d + J_p (g_r')^{-2}$ | inércia total no disco de atuação |

[†] obtida com engrenagens com 24 dentes na atuação e 36 dentes na carga.

Note que $T(s)$ é o torque aplicado, mas está expresso em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{hw} .

Retilíneo A configuração do sistema é a mesma utilizada na Experiência 5: dois carros conectados por uma mola de dureza média, com quatro pesos adicionais de 0.5 kg dispostos sobre cada carro (figura 1) As funções de transferência de malha aberta associadas à configuração são as seguintes:

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = k_{hw} \frac{N_1(s)}{D(s)}, \quad \frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)}$$

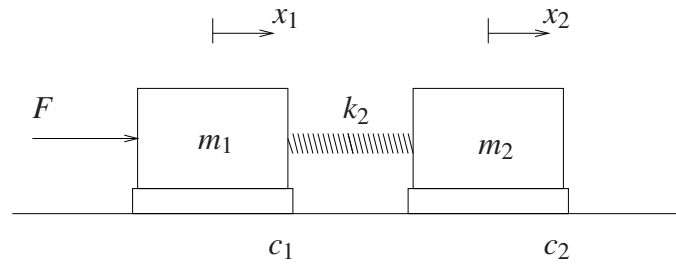


Figura 1: Configuração do sistema.

onde X_1 é o deslocamento linear do carro #1, X_2 é deslocamento linear do carro #2, F é a força aplicada ao carro #1, e

$$N_1(s) = m_2 s^2 + c_2 s + k, \quad N_2(s) = k$$

$$D(s) = m_1 m_2 s^4 + (c_1 m_2 + c_2 m_1) s^3 + [(m_1 + m_2)k + c_1 c_2] s^2 + (c_1 + c_2) k s$$

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

| | | |
|-------------------------------|------------------------------|------------------------------------|
| $m_{c1} = 0.783 \text{ kg}$, | $m_{c2} = 0.582 \text{ kg}$ | massa dos carros, |
| $m_1 = m_{c1} + 2$, | $m_2 = m_{c2} + 2$ | (kg) |
| $c_1 = 3.9 \text{ N/(m/s)}$, | $c_2 = 2.36 \text{ N/(m/s)}$ | coeficientes de atrito dos carros, |
| $k = 338 \text{ N/m}$ | | constante de mola, |
| $k_{hw} = 14732$ | | ganho de hardware. |

Note que $F(s)$ é a força aplicada, mas está expressa em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{hw} .

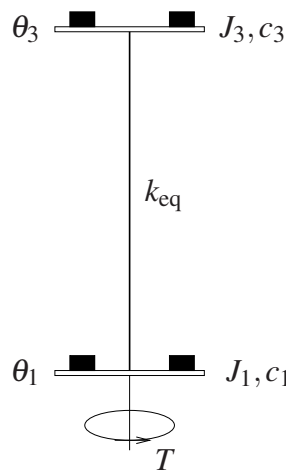


Figura 2: Configuração do sistema.

Torcional A configuração do sistema é a mesma utilizada na Experiência 5: dois discos conectados pela mola torcional, com dois pesos adicionais de 0.5 kg dispostos sobre cada disco (figura 2) As funções de transferência de malha aberta associadas à configuração são as seguintes:

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = k_{hw} \frac{N_1(s)}{D(s)}, \quad \frac{\theta_3(s)}{\theta_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)}$$

onde θ_1 é o deslocamento angular do disco #1, θ_3 é o deslocamento angular do disco #3, T é o torque aplicado ao disco inferior, e

$$N_1(s) = J_3 s^2 + c_3 s + k_{eq}, \quad N_2(s) = k_{eq}$$

$$D(s) = J_1 J_3 s^4 + (c_1 J_3 + c_3 J_1) s^3 + [(J_1 + J_3) k_{eq} + c_1 c_3] s^2 + (c_1 + c_3) k_{eq} s$$

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

| | | |
|--|--|---|
| $J_{d1} = 2.38 \cdot 10^{-3}$, | $J_{d3} = 1.84 \cdot 10^{-3} \text{ kg-m}^2$ | momento de inércia dos discos |
| $m_w = 1 \text{ kg}$ | | massa total sobre os discos, |
| $r_w = 0.09 \text{ m}$ | | distância das massas ao centro dos discos, |
| $r_{mw} = 0.025 \text{ m}$ | | raio das massas sobre os discos, |
| $J_i = J_{di} + m_w(r_w^2 + r_{mw}^2/2)$ | | momento de inércia total no discos $i = 1$ ou $i = 3$, |
| $c_1 = 7.64 \cdot 10^{-3}$, | $c_3 = 1.33 \cdot 10^{-3} \text{ N-m/rad}$ | coeficientes de atrito viscoso dos discos |
| $k_{eq} = 1.37 \text{ N-rad}$ | | constante torcional da mola, |
| $k_{hw} = 17.58 \text{ N-m/rad}$ | | ganho de hardware. |

Note que $T(s)$ é o torque aplicado, mas está expresso em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{hw} .

Pêndulo invertido Este modelo é obtido diretamente das equações de balanço de forças, que utilizamos de forma ligeiramente diferente. As equações são as seguintes:

$$(m_1 s^2 + c_1 s) X(s) + (m_1 \ell_0 s^2 - m_1 g) \Theta(s) = F(s) \quad (1)$$

$$[J^* s^2 + c_r s - (m_1 \ell_0 + m_2 \ell_c) g] \Theta(s) + (m_1 \ell_0 s^2 - m_1 g) X(s) = 0$$

vide pag. 54 do Manual [?]. Fica a cargo do aluno verificar que as equações linearizadas utilizadas até aqui são equivalentes às equações em (1). Os parâmetros do modelo têm os seguintes valores:

| | |
|--|---|
| $m_1 = 0,238 \text{ kg}$ | massa da haste deslizante com os pesos circulares, |
| $m_{2o} = 0,785 \text{ kg}$ | massa da haste principal, |
| $m_{w2} = 1,0 \text{ kg}$ | massa do contrapeso, |
| $m_2 = m_{2o} + m_{w2}$ | (kg) |
| $\ell_o = 0,330 \text{ m}$ | distância [†] do centro de massa da haste deslizante, |
| $\ell_{co} = 0,071 \text{ m}$ | distância [†] do centro de massa da haste principal, |
| $\ell_{w2} = -0,1385 \text{ m}$ | distância [†] do centro de massa do contrapeso $\ell_t = 10 \text{ cm}$ (estável), |
| = ou $-0,1085 \text{ m}$ | distância [†] do centro de massa do contrapeso $\ell_t = 7 \text{ cm}$ (instável), |
| $\ell_c = (m_{w2} \ell_{w2} + m_{2o} \ell_{co}) / m_2$ | (m) |
| $J_0^* = 0,0246 \text{ kg-m}^2$ | momento de inércia do pêndulo (s/ haste deslizante e contrapeso), |
| $J^* = J_0^* + m_1 \ell_o^2 + m_{w2} \ell_{w2}^2$ | momento de inércia total, |
| $c_r = 0,0144$ | (Nms/rd) coeficiente de atrito da haste principal |
| $k_a = 2546 \text{ counts/rd}$ | ganho do encoder 1, |
| $k_x = 50200 \text{ counts/m}$ | ganho do encoder 2. |

[†] distâncias orientadas a partir do pivô do pêndulo.

Considere a notação:

$$\begin{aligned} D_x(s) &= m_1 s^2 + c_1 s \\ D_\theta(s) &= J^* s^2 + c_r s - (m_1 \ell_0 + m_2 \ell_c) g \\ N_a(s) &= m_1 \ell_0 s^2 - m_1 g \end{aligned} \quad (2)$$

De (1) e (2), podemos escrever

$$X(s) = \frac{1}{D_x(s)} (F(s) - N_a(s)\Theta(s)), \quad \Theta(s) = -\frac{N_a(s)}{D_\theta(s)} X(s)$$

Substituindo $\Theta(s)/X(s)$ na primeira equação acima, temos que $(D_x D_\theta - N_a^2)X = D_\theta F$, e assim

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{D_\theta(s)}{D(s)}, \quad \frac{\Theta(s)}{X(s)} = -\frac{N_a(s)}{D_\theta(s)}, \quad (3)$$

$$D(s) = D_x(s)D_\theta(s) - N_a(s)^2. \quad (4)$$

O *controle não co-allocado* baseia-se na existência de uma malha interna de controle PD do deslocamento x_1 . O deslocamento x_1 é a variável que exerce a ação sobre a variável de saída θ , por meio da interação entre a haste deslizante e a haste rotacional. Conforme deduzido acima, podemos escrever a função de transferência $\Theta(s)/F(s)$ na forma

$$\frac{\Theta(s)}{F(s)} = \frac{N_1(s)}{D(s)} \cdot \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

onde $D(s)$ é dado por (4) e

$$\begin{aligned} N_1(s) &= k_s k_f k_x D_\theta(s) = k_s k_f k_x [J^* s^2 + c_r s - (m_1 \ell_0 + m_2 \ell_c) g], \\ N_2(s) &= -k_s k_f k_a N_a(s) = -k_s k_f k_a (m_1 \ell_0 s^2 - m_1 g) \end{aligned}$$

de acordo com as expressões (2) e (3). Note que $F(s)$ tem sentido de força aplicada, mas está expressa em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista das constantes k_s, k_f, k_x e k_a .

Levitador Magnético A configuração do sistema é a mesma utilizada na Experiência 5: dois discos magnéticos de mesma massa, posicionados de forma a se repelirem, vide Fig. 3.

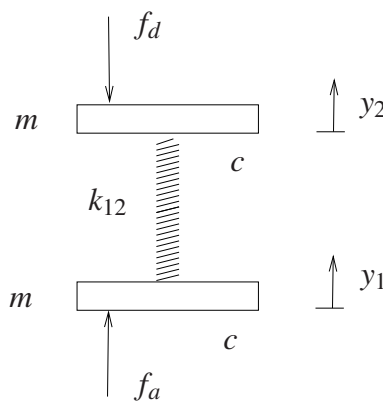


Figura 3: Sistema com dois graus de liberdade e compensação da força do atuador.

As funções de transferência de malha aberta associadas à configuração são as seguintes:

$$\frac{Y_1(s)}{F(s)} = k_{\text{sys}} \frac{N_1(s)}{D(s)}, \quad \frac{Y_2(s)}{Y_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)}$$

onde Y_1 é o deslocamento linear do disco #1, Y_2 é deslocamento linear do disco #2, F é a força aplicada ao disco #1, e onde

$$N_1(s) = ms^2 + cs + k_{12}, \quad N_2(s) = k_{12}$$





$$D(s) = m^2s^4 + 2cms^3 + (2mk_{12} + c^2)s^2 + 2ck_{12}s.$$

Note que $F(s)$ tem sentido de força aplicada, mas está expressa em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{sys} .

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

| | |
|------------------------|------------------------------------|
| $m = 0,123$ kg | massa dos discos, |
| $c = 0,075$ N/(m/s) | coeficientes de atrito dos discos, |
| $k_{12} = 44$ N/m | constante de mola, |
| $k_{\text{sys}} = 100$ | ganho do sistema |

2 Detalhamento do projeto

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

2.1 Sistemas: emulador, retilíneo e torcional

Verifica-se pela descrição acima das configurações adotadas, que os tres sistemas são análogos, isto é, tem funções de transferências exatamente com o mesmo número de pólos e zeros e poderiam ter comportamento idêntico caso os parâmetros envolvidos pudessem ser escolhidos de forma a se obter os mesmos polinômios. Assim, para o fim de descrição do projeto, podemos escolher um deles ao acaso.

O controle não co-allocado baseia-se na existência de uma malha interna responsável pelo controle da variável x_1 (ou θ_1) e o ajuste do amortecimento do sistema controlado. De fato, é possível reescrever a função de transferência entre x_2 e a força f na forma

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = k_{hw} \frac{N_1(s)}{D(s)} \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

o que permite a adoção do esquema de controle representado na figura 4.

O projeto do sistema de controle em malha fechada representado na figura 4 já descrito no pré-relatório, será realizado da seguinte maneira:

- Calcula-se inicialmente o ganho k_v , utilizando-se o lugar das raízes (*root locus*) da malha interna, de modo que o amortecimento dos pólos em malha fechada de $X_1(s)/R^*(s)$ seja o maior possível;

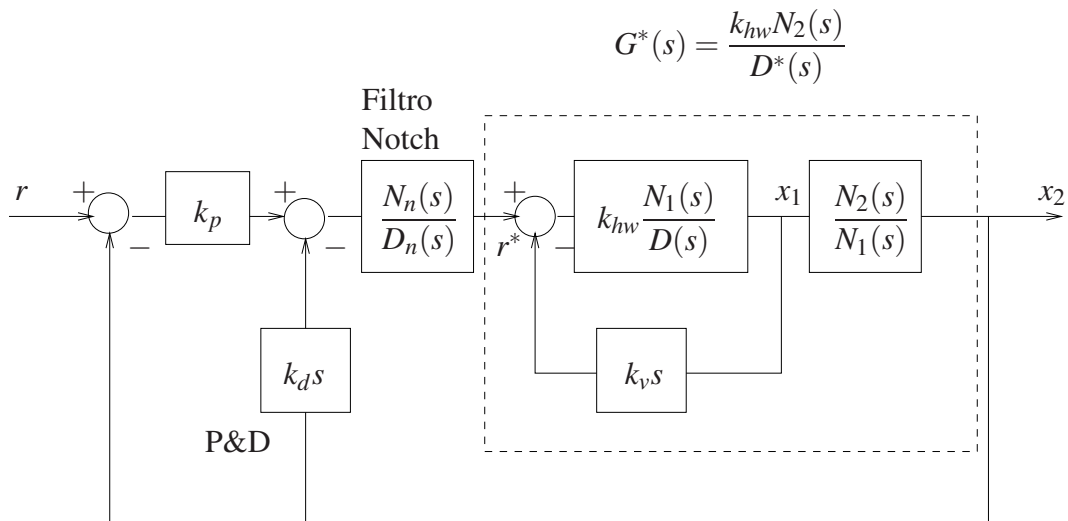


Figura 4: Diagrama para controle não co-aleado.

- b. Obtém-se a função de transferência $G^*(s)$, representada pela linha pontilhada na figura 4;
- c. Calculam-se os parâmetros do filtro *notch* $N_n(s)/D_n(s)$ de modo que:
 1. os dois zeros do filtro cancelem dois pólos de $G^*(s)$ (tipicamente pólos pouco amortecidos), isto é, raízes de $D^*(s)$ complexas conjugadas.
 2. o filtro possua dois pares de pólos complexos conjugados de frequência natural f_{n1} e f_{n2} (Hz), e $\xi = \sqrt{2}/2$ para ambos os pares¹;
 3. o coeficiente do termo de maior grau do polinômio $D_n(s)$ deve ser 1 (polinômio *mônico*) e o ganho estático (DC) da função de transferência do filtro deve ser unitário;
- d. Os parâmetros do controlador P&D devem ser obtidos com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, adotando-se o critério de máximo amortecimento para os pólos dominantes em malha fechada.
- e. A implementação do filtro *notch* e controlador P&D será realizada utilizando a forma geral **General Form** do software do ECP, com a utilização dos polinômios $t(s)$, $s(s)$ e $r(s)$.

Considere os passos a seguir para a realização do projeto do controle não co-aleado. Adote os mesmos valores numéricos utilizados na Experiência 5.

Projeto da realimentação do carro 1 (ou disco 1):

Escreva um programa Matlab para executar os seguintes passos (S) (20pt):



1. Implemente as funções de transferências da planta utilizando os valores numéricos para definir $X_1(s)/R^*(s)$ (ou $\theta_1(s)/R^*(s)$),
2. Determine através do lugar das raízes *root locus* (g) (7pt) o valor de k_v que forneça o máximo amortecimento,
3. Implemente k_v e determine os pólos da função de transferência interna $G^*(s)$. Selecione os pólos complexos conjugados desta f.t., denominando-os p_1 e p_2 .

¹Valores emulador: $f_{n1} = 5$ e $f_{n2} = 8$ (Hz); retilíneo: $f_{n1} = 5$ e $f_{n2} = 8$ (Hz); torcional $f_{n1} = 5$ e $f_{n2} = 11$ (Hz).

Projeto do filtro notch:

1. Projete o filtro notch cujos os zeros sejam p_1 e p_2 , e os pólos especificados no ítem **c**,
2. Associe $G^*(s)$ em cascata ao filtro projetado.

Projeto do controlador P&D:

1. Determine através do lugar das raízes  (7pt) o valor do ganho k_d de forma a se obter o máximo amortecimento para os pólos dominantes da função de transferência da saída $x_2(t)$,
2. Implemente o valor de k_d e determine através do lugar das raízes  (7pt) o valor do ganho k_p que tenha o mínimo *tempo de estabelecimento*.

Implementação no software ECP:

O diagrama da figura 4 não pode ser implementado diretamente nesta forma. Mostre através de operações algébricas no diagrama de blocos, que o diagrama da figura 5 abaixo é equivalente ao da figura 4. Com essa modificação o controlador P&D mais filtro notch serão implementados na malha do *loop 1*.

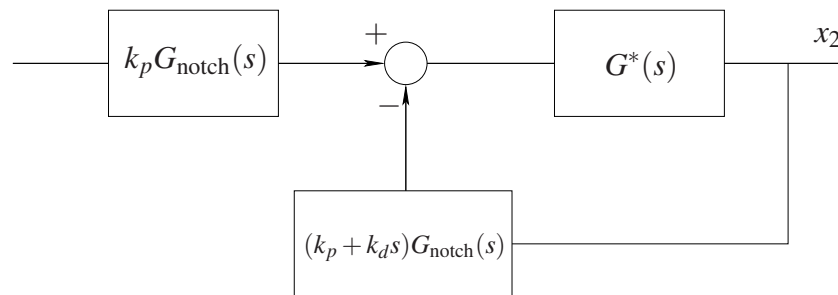


Figura 5: Representação do filtro *notch* + P&D implementado na malha do *loop 1*.

O bloco correspondente a $k_p G_{\text{notch}}(s)$ é implementado através dos polinômios $t(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). O bloco $(k_p + k_d s) G_{\text{notch}}(s)$ é implementado através dos polinômios $s(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). Denotando-se respectivamente o numerador e o denominador do filtro *notch* por $n_2 s^2 + n_1 s + n_0$ e $s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$, temos as seguintes relações entre os coeficientes dos polinômios (implemente essas relações no script):

$$\begin{array}{lll}
 t_0 = n_0 k_p & s_0 = n_0 k_p & r_0 = d_0 \\
 t_1 = n_1 k_p & s_1 = n_0 k_d + n_1 k_p & r_1 = d_1 \\
 t_2 = n_2 k_p & s_2 = n_1 k_d + n_2 k_p & r_2 = d_2 \\
 & s_3 = n_2 k_d & r_3 = d_3 \\
 & & r_4 = 1
 \end{array} \quad (5)$$

2.1.1 Procedimento experimental

O procedimento deve ser seguido para os sistemas: emulador, retilíneo e torcional. O roteiro faz referência ao “elemento #1”, ao invés de carro #1 (ou disco #1), bem como usa “elemento #2” da mesma forma.

Importante: No emulador industrial, evitar tensionar demais a correia flexível ao posicioná-la no equipamento.

1. Calcule o ganho k_v , os parâmetros do filtro notch e do controlador P&D conforme descrito na seção anterior;
2. Implemente o ganho k_v como o coeficiente $f1$ da opção **General Form** usando **Ts=0.002652** s. Antes de deixar a caixa de diálogo e implementar o controlador, certifique-se de selecionar **Encoder #1** para a realimentação do **Loop #3** e **Encoder #2** ou **Encoder #3** (dependendo do equipamento), para a realimentação do **Loop #1**;
3. Implemente o filtro notch e o controlador P&D na **General Form** conforme o entendimento do diagrama da figura 5 e das identidades apresentadas em (5), com os valores calculados dos coeficientes $t_0, t_1, t_2, s_0, s_1, s_2, s_3$ e r_0, r_1, r_2, r_3, r_4 . Mantenha o polinômio $r(s)$ mônico ($r_4 = 1$) e nulo os coeficientes de maior ordem destes polinômios. Tome cuidado de nunca exceder os valores $k_p = 0.1$ e $k_d = 0.02$. Implemente o controlador e excite manualmente o modo oscilatório do sistema através do elemento #2 e observe o amortecimento introduzido pela realimentação de velocidade. Observe o desempenho do sistema para entradas em degrau de amplitude **6000 counts**, dwell time **1500 ms** (g) (7pt) e entradas em rampa (g) (7pt).
4. Tente fazer um ajuste dos parâmetros do controlador P&D iterativamente verificando se é possível melhorar o comportamento obtido do projeto analítico, sempre utilizando as identidades obtidas em (5)
5. Produza um gráfico para a melhor resposta ao degrau (g) (7pt) obtida. Faça o mesmo para a resposta à rampa (g) (7pt). Comente sobre a qualidade dos resultados obtidos no experimento com relação aos resultados obtidos no experimento 5 (controle co-allocado) (t) (20pt).
6. Desloque os dois elementos manualmente e note a servo-rigidez estática relativa do elemento #2 sob a ação do controlador. Determine a servo-rigidez estática

$$S\text{-RE} = \left(\frac{X_2(s)}{F_d(s)} \right)^{-1} \Bigg|_{s=0}$$

considerando que a força de distúrbio $F_d(s)$ entra somando no terceiro somador (da esquerda para a direita) na Figura 4 e compare com o valor obtido na experiência anterior (t) (11pt).

Importante: No emulador industrial, retire a correia flexível das polias ao término da experiência para evitar danos por tensionamento;

2.2 Sistema: pêndulo invertido

O projeto de controle em malha fechada apresentado na Fig. 6 já descrito no pré-relatório será realizado da seguinte maneira:

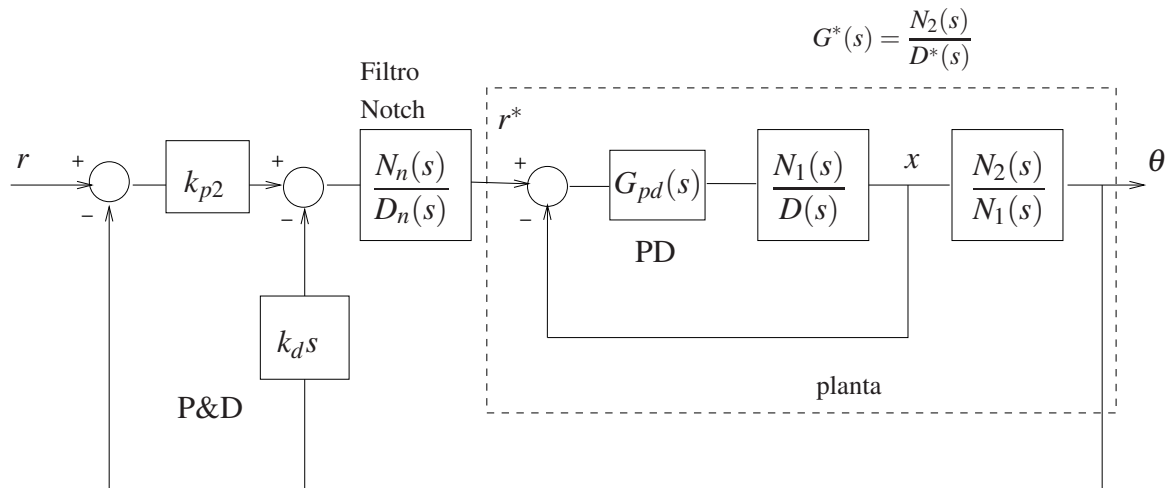


Figura 6: Diagrama para o controle não co-locado.

- O controlador PD da malha interna tem a forma $G_{pd}(s) = k_{p1}(1 + \tau s)$, com $\tau = 0,0319$, isto é, o zero do controlador PD é fixo². Calcula-se inicialmente o ganho k_{p1} do controlador PD interno, utilizando-se o lugar das raízes (*root locus*) de modo a estabilizar a malha interna;
- Obtém-se a função de transferência $G^*(s)$, representada pela linha pontilhada na Fig. 6;
- Calculam-se os parâmetros do filtro *notch* $N_n(s)/D_n(s)$ de modo que:
 - um zero do filtro cancele o pólo dominante. Caso os pólos dominantes sejam complexos conjugados, adote o zero negativo e igual ao módulo desses.
 - dois outros zeros do filtro cancelem dois pólos de $G^*(s)$ (tipicamente pólos pouco amortecidos), isto é, raízes de $D^*(s)$ complexas conjugadas com parte imaginária grande.
 - o filtro possua dois pares de pólos reais parametrizados por $f_{n1} = 5\text{Hz}$ e $f_{n2} = 11\text{Hz}$ (frequência natural) respectivamente, e $\xi = 2$ (fator de amortecimento) para ambos os pares.
 - o coeficiente do termo de maior grau do polinômio $D_n(s)$ deve ser 1 (polinômio *mônico*) e o ganho estático (DC) da função de transferência do filtro deve ser unitário;
- Os parâmetros do controlador P&D da malha externa devem ser obtidos com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, por tentativas.
- A implementação do filtro *notch* e controlador P&D será realizada utilizando a forma geral **General Form** do software do ECP, com a utilização dos polinômios $t(s)$, $s(s)$ e $r(s)$.

Considere os passos a seguir para a realização do projeto do controle não co-locado. Adote os mesmos valores numéricos utilizados nas experiências anteriores.

²O valor de τ escolhido corresponde aproximadamente ao valor k_d/k_p para o ajuste de comportamento criticamente amortecido da haste deslizante adotado nos experimentos anteriores.

Projeto da realimentação da haste deslizante:

Escreva um programa Matlab para executar os seguintes passos:

1. Implemente as funções de transferências da planta utilizando os valores numéricos para definir $X(s)/R^*(s)$,
2. Determine através do lugar das raízes *root locus* o valor de k_{p1} do controlador PD interno, de modo a estabilizar essa malha, fazendo que os pólos dominantes sejam rápidos, porém reais,
3. Implemente k_{p1} e determine os pólos da função de transferência interna $G^*(s)$. Selecione o pólo dominante p_1 e os pólos complexos conjugados desta f.t. com parte imaginária grande, denominando-os p_2 e p_3 .

Projeto do filtro notch:

1. Projete o filtro notch cujos os zeros sejam p_1, p_2 e p_3 , e os pólos especificados no item **c**,
2. Associe $G^*(s)$ ao filtro projetado.

Projeto do controlador P&D:

1. Determine através do lugar das raízes o valor do ganho k_d de forma que a parte imaginária dos pólos que caminham para o semi-plano direito seja ligeiramente superior à parte real desses pólos.
2. Implemente o valor de k_d , e determine através do lugar das raízes o valor do ganho k_{p2} utilizando o mesmo critério para o ajuste do ganho k_d descrito no item anterior.
3. Utilize a resposta ao degrau do sistema em malha fechada com $\theta(t)$ como saída, como critério para verificação da adequação do ajuste.

Implementação no software ECP:

O diagrama da Fig. 6 não pode ser implementado diretamente nesta forma. Mostre através de operações algébricas no diagrama de blocos, que o diagrama abaixo é equivalente ao da Fig. 6. Com essa modificação o controlador P&D mais filtro notch serão implementados na malha do *loop 1*.

O bloco correspondente a $k_p G_{\text{notch}}(s)$ é implementado através dos polinômios $t(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). O bloco $(k_p + k_d s) G_{\text{notch}}(s)$ é implementado através dos polinômios $s(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). Denotando-se respectivamente o numerador e o denominador do filtro *notch* por $n_3 s^3 + n_2 s^2 + n_1 s + n_0$ e $s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$, temos as

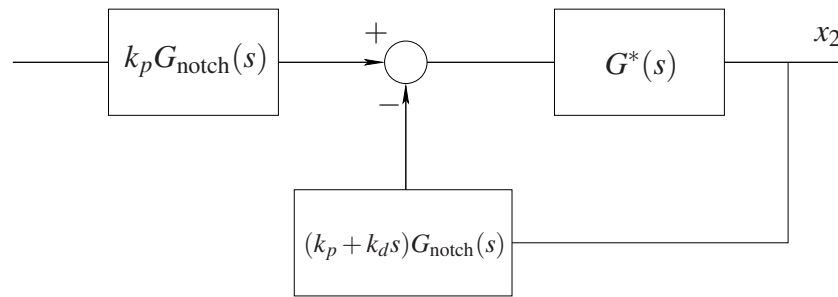


Figura 7: Representação do filtro *notch* + P&D implementado na malha do *loop 1*.

seguintes relações entre os coeficientes dos polinômios:

$$\begin{array}{lll}
 t_0 = n_0 k_p & s_0 = n_0 k_p & r_0 = d_0 \\
 t_1 = n_1 k_p & s_1 = n_0 k_d + n_1 k_p & r_1 = d_1 \\
 t_2 = n_2 k_p & s_2 = n_1 k_d + n_2 k_p & r_2 = d_2 \\
 t_3 = n_3 k_p & s_3 = n_2 k_d + n_3 k_p & r_3 = d_3 \\
 & s_4 = n_3 k_d & r_4 = 1
 \end{array} \quad (6)$$

2.2.1 Procedimento experimental

1. Calcule o ganho k_{p1} , os parâmetros do filtro notch e do controlador P&D conforme descrito na seção anterior;
2. Implemente o ganho k_{p1} como o coeficiente e_0 e o ganho $k_{p1} \tau$ como o coeficiente e_1 da opção **General Form** usando $T_s=0.001768$ s. Certifique-se que a malha de realimentação da haste deslizante está fechada, fazendo $i_0 = 1$, e selecione **Encoder #1** para a realimentação do **Loop #1** e **Encoder #2** para a realimentação do **Loop #2**;
3. Implemente o filtro notch e o controlador P&D na **General Form** conforme o entendimento do diagrama da figura 7 e das identidades apresentadas em (6), com os valores calculados dos coeficientes $t_0, t_1, t_2, t_3, s_0, s_1, s_2, s_3, s_4$ e r_0, r_1, r_2, r_3, r_4 . Mantenha o polinômio $r(s)$ mônico ($r_4 = 1$) e nulo os coeficientes de maior ordem destes polinômios;
4. Faça a coleta de dados de **Encoder #1**, **Encoder #2** e **Commanded Position** através do menu **Set-up Data Acquisition** a cada dois períodos de amostragem. No menu **Command**, selecione **Trajectory-Step-Set-up**. selecione **Closed Loop Step** e atribua amplitude de **500 counts**, duração de **2500 ms** e **1** repetição. Retorne ao **Background Screen** clicando **OK** sucessivamente. O controlador está agora em posição de comandar um degrau de 500 counts (≈ 11 graus) para frente e para trás com *dwell time* de 2.5 s;
5. Volte à caixa de diálogo **Control Algorithm** e selecione **Implement Algorithm**. Se o pêndulo reagir violentamente, você pode ter implementado um controlador instável ou atribuído valores incorretos aos coeficientes do algoritmo de controle. Neste caso, refaça os passos anteriores;
6. Selecione **Execute** no menu **Command** e, mantendo-se afastado do mecanismo acione **Run**. Deve-se observar um deslocamento rápido de pêndulo;

7. Plote (exporte) **Encoder #1**. Observe o movimento inicial do pêndulo contrário à posição comandada, característico de *sistemas de fase não-mínima*.
8. Tente fazer um ajuste dos parâmetros do controlador P&D iterativamente verificando se é possível melhorar o comportamento obtido do projeto analítico, sempre utilizando as identidades obtidas em (6);
9. Grave algumas respostas ao degrau e comente sobre os resultados obtidos no experimento.

2.3 Sistema: levitador magnético

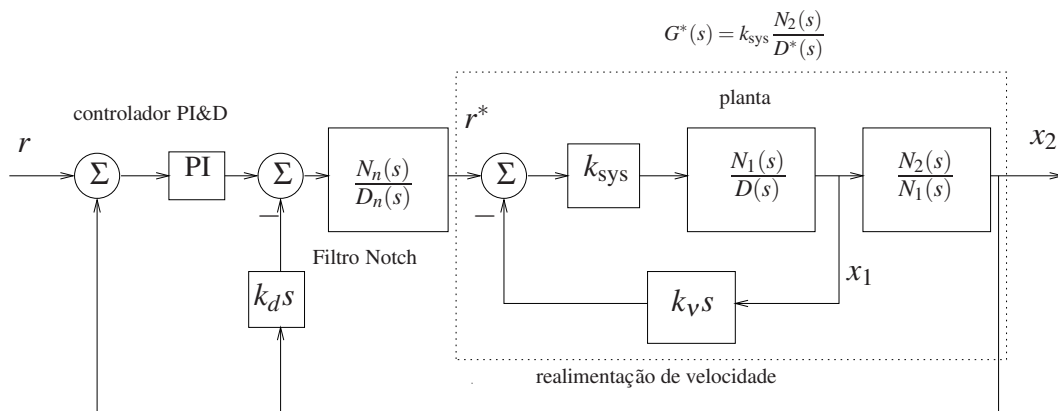


Figura 8: Diagrama para o controle não co-aloçado.

Adotaremos o esquema de controle representado na Fig. 8 e a determinação dos controladores será feito da seguinte maneira:

- a. Calcula-se inicialmente o ganho k_v , utilizando-se o lugar das raízes (*root locus*) da malha interna, de modo que ele tenha o maior valor possível tal que o amortecimento dos pólos em malha fechada de $Y_1(s)/R^*(s)$ tenha valor 0,2;
- b. Obtém-se a função de transferência $G^*(s)$, representada pela linha pontilhada na Fig. 8;
- c. Calculam-se os parâmetros do filtro *notch* $N_n(s)/D_n(s)$ de modo que:
 1. os dois zeros do filtro cancelem dois pólos de $G^*(s)$ (tipicamente pólos pouco amortecidos), isto é, raízes de $D^*(s)$ complexas conjugadas.
 2. o filtro possua um par de pólos complexos conjugados de frequência natural $f_n = 8\text{Hz}$ e $\xi = \sqrt{2}/2$.
 3. o coeficiente do termo de maior grau do polinômio $D_n(s)$ deve ser 1 (polinômio *mônico*) e o ganho estático (DC) da função de transferência do filtro deve ser unitário. Considere assim a seguinte representação para o filtro notch a ser utilizado.

$$G_{\text{notch}}(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Então $a_0 = b_0$;

- d. Os parâmetros do controlador PI&D devem ser obtidos com o auxílio do diagrama do lugar das raízes, adotando-se os critérios especificados na seção Detalhamento.

2.3.1 Detalhamento

Considere os passos a seguir para a realização do projeto do controle não-co-allocado. Adote os mesmos valores numéricos utilizados na Experiência 5.

Projeto da realimentação do disco 1:

Escreva um programa Matlab para executar os seguintes passos:

1. Implemente as funções de transferências da planta utilizando os valores numéricos para definir $Y_1(s)/R^*(s)$,
2. Determine através do lugar das raízes *root locus* o valor de k_v de acordo com o especificado no item **a**,
3. Implemente k_v e determine os pólos da função de transferência interna $G^*(s)$. Selecione os pólos complexos conjugados desta f.t., denominando-os p_1 e p_2 .

Projeto do filtro notch:

1. Projete o filtro notch cujos os zeros sejam p_1 e p_2 , e os pólos especificados no ítem **c**,
2. Associe $G^*(s)$ ao filtro projetado.

Projeto do controlador PI&D:

1. Determine o ganho k_d de forma que os polos dominantes apresentem frequência natural em torno de 50 rd/s e fator de amortecimento 0,56;
2. A parte PI do controlador tem a seguinte função de transferência:

$$G_{PI}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right)$$

Assumindo que $\tau = 1,5$, a determinação do ganho k_p deve ser obtido com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, adotando-se o critério de amortecimento em torno de 0,6 e frequência natural em torno de 40 rd/s;

2.3.2 Procedimento experimental

1. Verifique se o sistema está de acordo com a configuração descrita nesta apostila, isto é, operando com dois discos;

Inicialização do Levitador

Este procedimento se refere ao experimento com dois discos magnéticos montados.

- (a) No menu **File** carregue os parâmetros de calibração do sensor. Através da opção **Load Settings** carregue o arquivo `Cal.cfg` que se encontra na pasta da sua turma. Entre no menu **Setup, Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** $Y_{cal} = a/Y_{raw} + f/\sqrt{Y_{raw}} + g + h*Y_{raw}$ e habilite a opção **Apply Thermal Compensation**.
- (b) Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e verifique se **Ts=0.001768s**. Carregue o algoritmo `Cal_2d.alg` que se encontra na pasta da sua turma através da opção **Load from disk**. Em seguida selecione **Implement Algorithm**. O disco irá se mover para a altura de aproximadamente 1,0 [cm] mantendo-se nesta posição;
- (c) Verifique se o **Sensor 1 Pos** está indicando o valor de 10000 ± 500 [counts]. Caso isso não ocorra, entre no menu **Setup, Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** e ajuste o termo g da calibração para que a leitura do **Sensor 1 Pos** no fundo de tela seja próximo 10000 [counts];
- (d) Idem para o **Sensor 2 Pos**, calibrando-o para 54000 ± 500 [counts];
- (e) Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #2 only**; depois plote as variáveis **Commanded Position**, **Variable Q10** e **Variable Q13**. Verifique se a trajetória das variáveis Q10 e Q13 apresentam pelo menos duas oscilações acima do valor de regime. Caso isso não ocorra, solicite a presença do professor.

Após a conclusão deste procedimento, clique no botão **Abort Control** no fundo de tela.

2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768s**. Para realização dos ensaios carregue o algoritmo `exp6.alg` que se encontra na pasta da sua turma, através da opção **Load from disk**. Selecione **Edit Algorithm** para introduzir os valores calculados de k_v , k_p e k_d e o filtro notch no programa, de acordo com a convenção de parâmetros utilizada;
3. Através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, ajuste a coleta dos dados de **Command Position**, incluindo também a coleta das seguintes variáveis:
 - posição y_1 relativa ao ponto de equilíbrio inicial. No programa é a variável `delta_y1`;
 - esforço incremental de controle. No programa é a variável `delta_u`;
 - posição y_2 relativa ao ponto de equilíbrio inicial. No programa é a variável `delta_y2`.

Para isto, verifique no programa se estas variáveis estão associadas as variáveis de saídas `q10`, `q11`, `q12` ou `q13`, e ajuste no menu **Data** a coleta de dados das variáveis correspondentes. Especifique uma amostragem de dados a cada 5 ciclos;

4. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **15000** counts, `dwell time=2000` ms e **1** (uma) repetição. Certifique-se que a opção **Unidirectional Move Only** esteja habilitada;

5. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois plote (armazene) os resultados experimentais obtidos;
6. Tente fazer um ajuste do controlador PI&D iterativamente, verificando se é possível melhorar o desempenho obtido no projeto analítico;
7. Plote (exporte) a melhor resposta ao degrau obtida para os discos #1 e #2;
8. Entre no menu **Command** vá para **Trajectory #2** e selecione **Impulse**. Ajuste um impulso com **Amplitude = 20000 counts**, **Pulse Width = 1000 ms**, **Dwell Time =1000 ms** e **2** repetições; selecione **Unidirectional Move Only**. Vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **0 counts**, **Dwell Time= 2000 ms** e **1** (uma) repetição.
9. Na opção **Command**, menu **Execute**, selecione **Execute Trajectory #1 first then Trajectory #2 with delay**, e faça esse atraso ser de **500 ms**. Em seguida execute com o botão **Run**. Plote (exporte) os resultados e observe o resultado da perturbação em cada disco;
10. Desloque os dois elementos manualmente e note a servo-rigidez estática relativa do elemento #2 sob a ação do controlador. Sendo G_1 a f.t. em malha aberta entre a entrada de distúrbio (f_d) e a saída (y_2) e G_2 as demais f.t.'s do loop de realimentação agrupadas, lembre-se que a servo-rigidez estática é definida por

$$S\text{-RE} = \left(\frac{Y_2(s)}{F_d(s)} \right)^{-1} \Bigg|_{s=0} = \left(\frac{G_1(0)}{1 + G_1(0)G_2(0)} \right)^{-1}$$

3 Pré-relatório da Experiência 7

1. Obtenha a representação por variáveis de estado do sistema linear ou linearizado, da planta eletromecânica utilizada pelo seu grupo.
2. Utilize a rotina Matlab `ss` para gerar o modelo de estados correspondente. Ele será expresso pelas matrizes A, B, C e D , na forma padrão:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx + Du$$

3. Plote a resposta ao degrau das quatro variáveis de estado do sistema.
4. Teste a propriedade de *controlabilidade* do par de matrizes (A, B) utilizando a rotina Matlab `ctrb`.