

# EA722 - Laboratório de Controle e Servomecanismos

## Controle PD e P&D dos sistemas ECP

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Universidade Estadual de Campinas

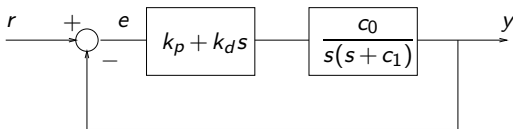
2º Semestre 2017

## ■ Planta e Controlador PD

$$G_p(s) = \frac{c_0}{s(s+c_1)}, \quad G_c(s) = k_p + k_d s$$

sendo  $k_p$  o ganho **proporcional** e  $k_d$  o ganho **derivativo**

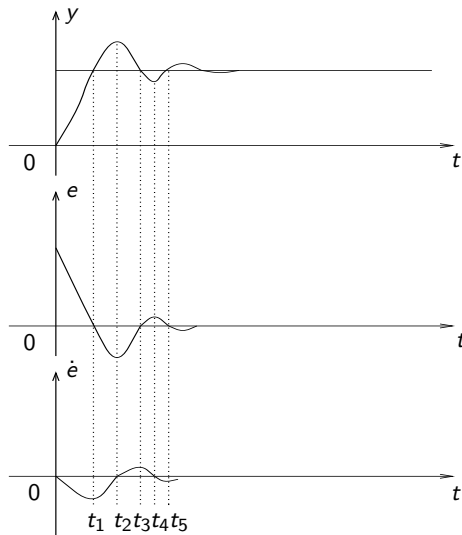
## ■ Implementação clássica



## ■ Função de Transferência de malha fechada

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_d c_0 s + k_p c_0}{s^2 + (c_1 + k_d c_0)s + k_p c_0}$$

## Ação Proporcional ( $u(t) = k_p e(t)$ )



### ■ Ação Proporcional ( $u(t) = k_p e(t)$ )

- $0 < t < t_1$ :  $e(t) > 0$ ,  $u(t) > 0$
- $t_1 < t < t_3$ :  $e(t) < 0$ ,  $u(t) < 0$
- $t_3 < t < t_5$ :  $e(t) > 0$ ,  $u(t) > 0$

### ■ Ação Derivativa ( $u(t) = k_p e(t) + k_d \dot{e}(t)$ )

- $0 < t < t_1$ :  $\dot{e}(t) < 0$
- $t_1 < t < t_2$ :  $e(t) < 0$ ,  $\dot{e}(t) < 0$
- $t_2 < t < t_3$ :  $e(t) < 0$ ,  $\dot{e}(t) > 0$

## Comentários e características do controlador PD

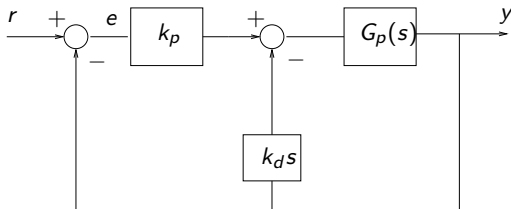
- Comentários sobre a ação derivativa ( $u(t) = k_p e(t) + k_d \dot{e}(t)$ )
  - $0 < t < t_1$ :  $\dot{e}(t) < 0$ . A componente derivativa tende a reduzir a ação de controle
  - $t_1 < t < t_2$ :  $e(t) < 0$ ,  $\dot{e}(t) < 0$ . A ação de reversão será maior do que a produzida apenas pela parte proporcional
  - $t_2 < t < t_3$ :  $e(t) < 0$ ,  $\dot{e}(t) > 0$ . A ação proporcional (negativa) que gera undershoot é reduzida

### Características do controlador PD

- O controlador PD introduz uma componente antecipativa da tendência do erro
- O efeito combinado das ações proporcional e derivativa é uma resposta mais amortecida
- Matematicamente, o termo em 's' da eq. característica que reflete amortecimento passa de ' $c_1$ ' para ' $c_1 + k_d c_0$ ', que pode ser controlado através de  $k_d$
- A ação derivativa não afeta o valor de regime da saída, pois em regime,  $\dot{e}(t) = 0$

# Implementação alternativa (P&D) I

- Controlador P&D: PD com realimentação de velocidade



## Justificativas

- Qualitativamente equivalente à clássica: invés de antecipar a tendência do erro, antecipa-se a tendência da saída
- Clássica: se a referência for um degrau, o controlador PD gera um impulso em  $t = 0$ . Alternativa:

$$u(t) = k_p e(t) - k_d \dot{y}(t)$$

não envolve a derivada da referência

### Justificativas cont.

- Alguns sistemas (motores) dispõem de tacômetros que podem ser usados para implementar controladores PD na forma P&D
- A função de transferência com o controlador P&D é

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_p c_0}{s^2 + (c_1 + k_d c_0)s + k_p c_0}$$

e possui a mesma eq. característica da implementação clássica

Exemplo: Seja

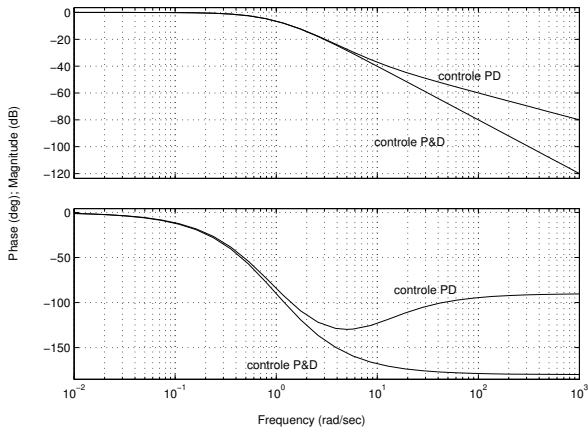
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{s(s+2)}$$

e considere dois casos

- sistema com controlador PD
- sistema com controlador P&D

# Implementação alternativa (P&D) III

Bode Diagrams



- Se

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{\alpha s^2 + cs}$$

então definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_p k_{hw}}{\alpha}} \quad (\text{rd/s}), \quad \xi := \frac{c + k_d k_{hw}}{2\alpha\omega_n} = \frac{c + k_d k_{hw}}{2\sqrt{\alpha k_p k_{hw}}}$$

a função de transferência de malha fechada assume a forma padrão

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{PD})$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{P\&D})$$

$$(\alpha, Y(s)) = \begin{cases} (m, X_1(s)) & \text{retilíneo \& levitador} \\ (J, \Theta_1(s)) & \text{torcional \& emulador} \\ (m^*, X(s)) & \text{pêndulo} \end{cases}$$



## Dicas gerais sobre a experiência

- Verifique se o seu roteiro **é o mesmo** que está no website da disciplina.
- Atenção ao roteiro: existem exercícios de demonstração **antes** do roteiro experimental.
- Sugestão: parte da equipe trabalha nas demonstrações e a outra parte na montagem e execução do roteiro experimental.
- Emulador e Torcional: distâncias das massas ao centro do disco e diâmetro das massas são especificados em **metros**.
- Para uma função de transferência de segunda ordem, a frequência de oscilação é dada em **radianos por segundo**.
- Dica de **ouro**: Seja o polinômio de segunda ordem:  $s^2 + as + b$ . Suas raízes tem parte real negativa se, e somente se  $a > 0$  e  $b > 0$ .
- Pode ser útil: movimento em um meio viscoso: proporcional à velocidade (lei de Stokes).
- Não é necessário realizar o pré-relatório. Contudo, a sua elaboração pode acelerar a realização da experiência.