

# IA892 – Análise e Controle de Sistemas Lineares por Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs)

Aula 12: Comentários e Referências

Pedro L. D. Peres & Ricardo C. L. F. Oliveira

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Universidade Estadual de Campinas

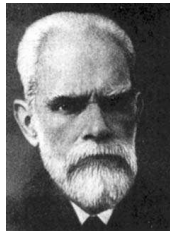
2º Semestre 2018

## LMI — Breve histórico

### Teoria de Lyapunov [Lya92]

As trajetórias de  $\dot{x} = Ax$  convergem para a origem se e somente se existir uma matriz simétrica definida positiva  $P$  tal que  $A'P + PA < 0$ .

● Segundo o *The MacTutor History of Mathematics archive*, <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/~history/index.html>, Aleksandr Mikhailovich Lyapunov (1857–1918) foi colega e contemporâneo de Andrei Andreyevich Markov (1856–1922) na Universidade de São Petersburgo, tendo ambos trabalhado com Pafnuti Lvovich Tchebychev (1821–1894). Lyapunov apresentou a tese de doutorado *The general problem of the stability of motion* em 1892 à Universidade de Moscou.



Três momentos de Lyapunov.

# LMIs de Lyapunov

- Lyapunov mostrou que essa primeira LMI

$$P > 0, \quad A'P + PA < 0$$

pode ser resolvida explicitamente. Para isso, escolhe-se uma matriz simétrica definida positiva  $Q$  arbitrária e resolve-se a equação linear

$$A'P + PA + Q = 0$$

A solução  $P$  é definida positiva se e somente se o sistema  $\dot{x} = Ax$  for estável.

## Outros fatos envolvendo LMIs

- Aplicação do método de Lyapunov (Lur'e, Postnikov) em problemas práticos de engenharia (estabilidade de um sistema de controle com não-linearidade no atuador) — 1940's;
- Lema de positividade real (Yakubovich, Popov, Kalman), relação com passividade, teorema do ganho pequeno, critério linear quadrático, solução por meio de equações algébricas de Riccati — 1960's;
- Outros resultados na antiga União Soviética;

## Menção explícita de LMI

- J. C. Willems (1971) apresenta a LMI [Wil71]

$$\begin{bmatrix} A'P + PA + Q & PB + C' \\ B'P + C & R \end{bmatrix} \geq 0$$

que pode ser resolvida estudando-se as soluções simétricas da equação algébrica de Riccati

$$A'P + PA - (PB + C')R^{-1}(B'P + C) + Q = 0$$

- Encontrar  $P$  tal que

$$P > 0, \quad A'_1P + PA_1 < 0, \quad A'_2P + PA_2 < 0$$

não tem solução explícita!

- Entretanto, é um problema convexo, pode ser resolvido numericamente de maneira simples, com convergência garantida.

## Primeiras conclusões sobre LMIs

### LMIs são problemas convexos de otimização!

- Resolver um problema é transformá-lo em LMIs;
- Algoritmos com convergência global: elipsóide, projeção, planos de corte, método dos pontos interiores — 1980's;
- Método dos pontos interiores: complexidade polinomial;
- Pacotes computacionais especializados (programação semi-definida).

### LMIs nos últimos 30 anos

- Inúmeros problemas de análise de estabilidade, projetos de controladores e filtros podem ser colocados na forma de LMIs;
- Tratamento de incertezas (análise de estabilidade, controle e filtragem robusta, *gain-scheduling*) e de modelos mais gerais (saturações, não-linearidades).

## Conceitos básicos

### Matrizes

As propriedades de matrizes apresentadas no material podem ser encontradas em vários livros como [Gan59], [Bel97], [HJ85], [HJ91]; em livros de sistemas lineares como [Che99], de álgebra linear aplicada [Mey00], [Str88], [Str03], de otimização [BV04], [BNO03] e mesmo de controle [SIG98], [ZDG96], [ZD98].

### Referência básica

*Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* — [BEFB94]

S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan.  
SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1994.  
(disponível em PDF em <http://www.stanford.edu/~boyd/lmibook/>).

## Veja também

### *Desigualdades Matriciais Lineares em Controle* — [PG07]

R. M. Palhares and E. N. Gonçalves. Editor/Organizador: L. A. Aguirre. Vol. 1, pp. 155–195, Enciclopédia de Automática: Controle e Automação, Editora Edgard Blücher LTDA, São Paulo, 2007.

### *Análise e controle de sistemas lineares por meio de desigualdades matriciais lineares* — [OP10]

R. C. L. F. Oliveira e P. L. D. Peres. Editores/Organizadores: A. P. Feltrin, C. R. Minussi, M. C. M. Teixeira, R. A. R. Lázaro. Vol. 1, pp. 203–229, Tutoriais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010.

**Material adicional:** [GNLC95], [VB00] e Internet

- Wikipedia  
([http://en.wikipedia.org/wiki/Linear\\_matrix\\_inequality](http://en.wikipedia.org/wiki/Linear_matrix_inequality))
- *Wikimization*: a repository and resource for all things Optimization.  
(<http://www.convexoptimization.com/wikimization/>)
- Prof. Reinaldo M. Palhares (UFMG)  
(<http://www.cpdee.ufmg.br/~palhares/>)
- Prof. Carsten W. Scherer (TUDelft)  
(<http://www.dcsc.tudelft.nl/~cscherer/>)
- Prof. Maurício C. de Oliveira (UCSD)  
(<http://maecourses.ucsd.edu/~mdeolive/mae280b/>)



# Pacotes I

## LMI solvers e outros pacotes

- LMIsolver do Robust Control Toolbox [GNLC95] para uso com o Matlab (<http://www.mathworks.com/>)
- LMItool do Scilab [INR03] (<http://www.scilab.org/product/man/lmitool.html>)
- SeDuMi (*Self-Dual-Minimisation*) [Stu99] (<http://sedumi.ie.lehigh.edu/>)
- Mosek [AA00] (<https://www.mosek.com/>)
- YALMIP (*Yet Another LMI Parser*) [Löf04] linguagem para formular e resolver problemas de otimização convexos e não convexos, implementada como um *toolbox* gratuito do Matlab. (<https://yalmip.github.io/>)
- ROLMIP (*Robust LMI Parser*) [AOP12b] parser para programar LMIs dependentes de parâmetros pertencentes ao simplex unitário (ou multi-simplex). (<https://rolmip.github.io/>)
- Non Commutative Algebra Packages (roda no Mathematica) (<http://math.ucsd.edu/~ncalg/>)

## Condições de Estabilidade

- As noções básicas de estabilidade podem ser encontradas, por exemplo, em [Che99]. Noções sobre o método de planos de corte podem ser vistas em [BNO03], e aplicação do método na resolução de LMIs em [BPG89], [Per89], [GPB91].
- O lema de Finsler, da maneira como foi apresentado, pode ser encontrado em [dS01]. Várias aplicações e extensões aparecem em [SIG98], que trata também de outras propriedades ligadas à álgebra linear, transformações de congruência, matrizes definidas positivas, diversos problemas de controle, etc.
- As condições de estabilidade envolvendo matrizes adicionais, condição ④ do lema de Finsler, surgiram de LMIs relacionadas com a positividade real de matrizes de transferência com matrizes arbitrárias. Veja [GdH98] para sistemas contínuos e [dGH99] para sistemas discretos no tempo.
- Para as regiões de estabilidade descritas por LMIs, veja [HB92], [CG96], [CGA99] e [PABB00].

# Estabilidade Robusta

- Incerteza politópica — Casos Contínuo e Discreto
- A análise de estabilidade robusta por meio de uma mesma função de Lyapunov (estabilidade quadrática) apareceu pela primeira vez (ou pelo menos uma das primeiras vezes) em [HB76].
- A análise por meio de uma função de Lyapunov dependente de maneira afim dos parâmetros  $\alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , permitida pelo uso das matrizes extras da condição ④ do lema de Finsler, surge como extensão direta dos resultados de [GdH98] (sistemas contínuos) e [dGH99] (sistemas discretos). A generalização desses resultados para tratar uma região convexa  $\mathcal{D}$  do plano complexo aparece em [PABB00]. Veja também [PDSV09].
- A idéia de expandir as expressões de Lyapunov em termos de um polinômio matricial com coeficientes reais positivos cuja soma é igual a 1, apresentada nos lemas, foi proposta em [RP01a] para sistemas discretos e [RP01b], [RP02] para sistemas contínuos no tempo.
- A junção dessas idéias (matrizes extras dependentes de parâmetros do lema de Finsler com expansão dos termos do polinômio matricial), foi publicada em [LP03] para regiões genéricas convexas  $\mathcal{D}$  do plano complexo. Veja também os trabalhos [dOL<sup>+</sup>02], [LMd<sup>+</sup>04].

## Análise de Estabilidade

- LMIs dependentes de parâmetros associadas a condições de estabilidade robusta foram resolvidas de maneira completa, por meio de procedimentos convergentes, nos trabalhos [Bli04a], [Bli04b], [CGTV05], [OP06], [BOMP06], [SH06], [Sch06], [OP07], [Che08].
- Estratégias baseadas em decomposição em soma de quadrados (SOS) [Par03], [LA08] e teoria de momentos [Las01], [HAPL04] também podem ser usadas para certificar a estabilidade.
- Uma abordagem um pouco diferente, com uma função de Lyapunov que depende da matriz dinâmica do sistema, pode ser encontrada em [dOP10], [dOP08], [OdP08], [BOdP18].
- Outra estratégia: dividir o espaço paramétrico [GPTM06], [Ois07].
- Caso contínuo, variante no tempo, com taxa limitada: [MP04], [Bli05], [GC06], [CGTV07], [OdP09], [MOPB09], [OdP09].

## Custo Garantido

- Cômputo de custo garantido  $\mathcal{H}_\infty$  e  $\mathcal{H}_2$  para sistemas contínuos e discretos
- A relação da norma  $\mathcal{H}_2$  com os gramianos de controlabilidade e observabilidade pode ser encontrada em vários livros textos de controle.
- Os *bounded real lemmas* surgiram antes das caracterizações por LMI da norma  $\mathcal{H}_\infty$ . Veja por exemplo [Fra87], [DGKF89], [Sch90]. As caracterizações por LMI podem ser obtidas por complemento de Schur ou diretamente a partir das propriedades da relação entrada-saída [BEFB94], [ZDG96], [ZD98], [DFT92].
- A caracterização por LMIs aparece por exemplo em [PTP97], que apresenta o cômputo de custo garantido  $\mathcal{H}_2$  e  $\mathcal{H}_\infty$  baseado na estabilidade quadrática.
- Em [ABP02] as normas são caracterizadas pelo Lema de Finsler, visando a extensão para o cômputo de custo garantido por meio de funções de Lyapunov afins no parâmetro incerto.
- Em [dOL<sup>+</sup>03], [dOL<sup>+</sup>04b], [dOL<sup>+</sup>04a] as idéias de expansão da expressão polinomial são usadas para a caracterização de custos garantidos por meio de funções afins de Lyapunov, com extensão para polinômios de grau genérico em [OP08], [dOP08] (envolvendo a matriz dinâmica do sistema).

## Realimentação de Estado

- Inúmeros resultados utilizando estabilidade quadrática surgiram na literatura a partir de 1980, primeiramente tratando o caso “matriz de controle”  $B$  precisamente conhecida e depois casos com  $A$  e  $B$  incertos. Um relato sobre o assunto pode ser encontrado no livro [BEFB94].
- A mudança de variáveis  $W = P^{-1}$  e  $KP^{-1} = Z$  foi proposta em [BPG89] no contexto de estabilização robusta de um sistema incerto com  $(A, B)(\alpha)$  pertencente a um politopo. Essa mesma mudança de variáveis aparece de maneira implícita quando se analisa o sistema aumentado e esse tipo de análise aparece por exemplo em [Bar83]. Veja também [BEFB94, página 113] e [GPB91] para uma discussão de como a estabilização por realimentação de estados pode ser abordada como um problema convexo de otimização.
- A síntese no caso discreto a partir da estabilizabilidade quadrática aparece em [GPB91], com o sistema aumentado.
- Extensões incorporando alocação de pólos em subregiões aparecem por exemplo em [GB95], [GB96], [CGA99].

## Realimentação de Estado I

- Em [DBG99] aparece a síntese a partir da matriz extra, contendo como caso particular a estabilizabilidade quadrática, garantindo a estabilidade em malha fechada por meio de uma matriz de Lyapunov dependente de maneira afim dos parâmetros. A extensão desse resultado para estabilização em regiões genéricas do plano complexo aparece em [PABB00] e [AHP02] (porém não é possível tratar a região igual ao semi-plano esquerdo — estabilidade de sistemas contínuos).
- Restrições de estrutura
- As idéias apresentadas sobre controle descentralizado, impondo uma estrutura particular para as matrizes que fornecem o ganho, aparecem em [PG93], [GBP94] no contexto de estabilizabilidade quadrática. Para realimentação de saída, em [PGA91] e [GPS93a]. Veja também [GPS96] para uma discussão sobre realimentação de saída e [GPS93c] para uma abordagem do problema a partir da condição ② do lema de Finsler. Veja também [SADG97], [GdS98] e [CT99].
- Trabalhos mais recentes permitem a presença de incertezas na matriz de saída [DY07] e podem usar matrizes de Lyapunov dependentes de parâmetros [MOP09, AOP10a, AOP10b, AOP12a], estendendo resultados que procuram o ganho estático de saída a partir de um ganho robusto de realimentação de estados [PA01], [APS03], [MBB04].

## Realimentação de Estado II

- Uma estratégia proposta recentemente trata de forma unificada os problemas de realimentação de estados e de saída, e controle descentralizado [FOP16]. A principal novidade é que o ganho de controle é tratado como uma variável de otimização (e não recuperado *a posteriori*, como nas abordagens tradicionais).



## Realimentação de Estado com Custo Garantido

- Controle  $\mathcal{H}_2$  e  $\mathcal{H}_\infty$
- Usando a transformação de variáveis  $W = P^{-1}$  e  $KP^{-1} = Z$ , inúmeros resultados apareceram incorporando os critérios como norma  $\mathcal{H}_2$  e/ou norma  $\mathcal{H}_\infty$  em problemas convexos de otimização para cômputo do ganho de realimentação de estados [GPS91], [PGS91], [KR91], [GPS92], [PG93], [KKR93], [GPS93b], [PGS93a], [GPS94], [PGS94b], [GPS95], também incorporando restrições de alocação de pólos [BSU93], [PUG94], [PGU94] e de realimentação de saída [PSG94], [PGS93c], [PGS93b], [PGS94a], [PS95a], [PS95b].
- A síntese para sistemas discretos a partir da matriz  $G$  com critérios  $\mathcal{H}_2$  e  $\mathcal{H}_\infty$  aparece em [dGB02], estendendo assim os resultados de [dBG99].
- Caso contínuo: [Sha01], [ATB01], [EH04], [GK06], [ROC15], [VOP15].

## Filtragem Robusta e Controlador Dinâmico

- Uma solução na forma de LMIs, baseada na estabilidade quadrática, para o problema de filtragem robusta aparece em [Ger99], com extensões para tratar outros critérios [PP99a], [PP99b],[PP00], [dT00], [Gd01], [GBGd00], atraso [dPP01], [PdP01], [dG03].
- No caso de sistemas discretos, a extensão do resultado de [dBG99] para a síntese de filtros robustos baseados em funções de Lyapunov dependentes de parâmetros aparece em [GdB02]. Veja também [dBT06].
- Mais recentemente, surgem os artigos [DZZM06], [GMC08] que exploram graus de liberdade de variáveis de folga para fazer a síntese do filtro, tanto no caso contínuo quanto no discreto. Esses resultados foram generalizados em [LOP11], que usou mais variáveis de folga. Veja também [BdT05], [dBT07] para filtragem robusta.
- A parametrização do controlador dinâmico por meio de LMIs aparece nos artigos [GA94], [IS94], [SGC97]. Extensões para tratar incertezas aparecem em [GBd99], [dGB00] (sistemas contínuos no tempo) e [dGB02] (sistemas discretos, com funções de Lyapunov dependentes de parâmetros).

- Controladores dependentes de parâmetros e estratégias *gain-scheduling* surgem no começo dos anos 1990 [SA91], [AGB95], tendo sido largamente utilizadas desde então [RS00], [SR00], [Td01], [dT06]. Artigos recentes incluem modelos mais precisos para a taxa de variação dos parâmetros no caso discreto [OP09], [DCO<sup>+</sup>09] e formulações em BMIs para melhorar os índices de desempenho [BOAP08a]. Filtragem dependente de parâmetros no contexto de estabilidade quadrática e também no contexto de taxas de variações limitadas [BOAP08b], [MOPB09], [BOAP09], [BOAP10].
- Representação em multi-simplex permitem a especialização da função de Lyapunov para cada tipo de parâmetro (variante no tempo arbitrariamente ou não, ou invariante) [OBP08a], [OBP08b].
- No caso discreto, funções de Lyapunov dependentes de um [DB01] ou mais instantes de tempo [LD06], [Lee06] permitem resultados menos conservadores (taxas de variação arbitrárias).

## Referências I

- [AA00] E. D. Andersen and K. D. Andersen.  
The MOSEK interior point optimizer for linear programming: An implementation of the homogeneous algorithm.  
In H. Frenk, K. Roos, T. Terlaky, and S. Zhang, editors, *High Performance Optimization*, volume 33 of *Applied Optimization*, pages 197–232. Springer US, 2000.  
<http://www.mosek.com>.
- [ABP02] D. Arzelier, J. Bernussou, and D. Peaucelle.  
Fonctions de Lyapunov dépendent des paramètres pour l'analyse et la synthèse robustes.  
In J. Bernussou and A. Oustaloup, editors, *Conception de Commandes Robustes*, chapter 6, pages 189–227. Hermes, Paris, 2002.

## Referências II

- [AGB95] P. Apkarian, P. Gahinet, and G. Becker.  
Self-scheduled  $\mathcal{H}_\infty$  control of linear parameter-varying systems: A design example.  
*Automatica*, 31(9):1251–1261, 1995.
- [AHP02] D. Arzelier, D. Henrion, and D. Peaucelle.  
Robust  $\mathcal{D}$ -stabilization of a polytope of matrices.  
*International Journal of Control*, 75(10):744–752, July 2002.
- [AOP10a] C. M. Agulhari, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
Robust  $\mathcal{H}_\infty$  static output-feedback design for time-invariant discrete-time polytopic systems from parameter-dependent state-feedback gains.  
In *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, pages 4677–4682, Baltimore, MD, USA, June-July 2010.

## Referências III

- [AOP10b] C. M. Agulhari, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
Static output feedback control of polytopic systems using polynomial Lyapunov functions.  
*In Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 6894–6901, Atlanta, GA, USA, December 2010.
- [AOP12a] C. M. Agulhari, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
LMI relaxations for reduced-order robust  $\mathcal{H}_\infty$  control of continuous-time uncertain linear systems.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(6):1532–1537, June 2012.
- [AOP12b] C. M. Agulhari, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
Robust LMI parser: A computational package to construct LMI conditions for uncertain systems.  
*In Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática*, pages 2298–2305, Campina Grande, PB, Brasil, Setembro 2012.  
<http://rolmip.github.io>.

## Referências IV

- [APS03] D. Arzelier, D. Peaucelle, and S. Salhi.  
Robust static output feedback stabilization for polytopic uncertain systems: Improving the guaranteed performance bound.  
*In Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Robust Control Design (ROCOND 2003)*, pages 425–430, Milan, Italy, June 2003.
- [ATB01] P. Apkarian, H. D. Tuan, and J. Bernussou.  
Continuous-time analysis, eigenstructure assignment, and  $\mathcal{H}_2$  synthesis with enhanced linear matrix inequalities (LMI) characterizations.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(12):1941–1946, December 2001.
- [Bar83] B. R. Barmish.  
Stabilization of uncertain systems via linear control.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 28(8):848–850, August 1983.

## Referências V

- [BdT05] K. A. Barbosa, C. E. de Souza, and A. Trofino.  
Robust  $\mathcal{H}_2$  filtering for uncertain linear systems: LMI based methods with parametric Lyapunov functions.  
*Systems & Control Letters*, 54(3):251–262, March 2005.
- [BEFB94] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan.  
*Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*.  
SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1994.
- [Bel97] R. Bellman.  
*Introduction to Matrix Analysis*, volume 19 of *Classics in Applied Mathematics*.  
SIAM, 2<sup>nd</sup> edition edition, 1997.
- [Bli04a] P.-A. Bliman.  
A convex approach to robust stability for linear systems with uncertain scalar parameters.  
*SIAM Journal on Control and Optimization*, 42(6):2016–2042, 2004.



## Referências VI

- [Bli04b] P.-A. Bliman.  
An existence result for polynomial solutions of parameter-dependent LMIs.  
*Systems & Control Letters*, 51(3-4):165–169, March 2004.
- [Bli05] P.-A. Bliman.  
Stabilization of LPV systems.  
In D. Henrion and A. Garulli, editors, *Positive Polynomials in Control*, volume 312 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 103–117. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [BNO03] D. P. Bertsekas, A. Nedič, and A. E. Ozdaglar.  
*Convex Analysis and Optimization*.  
Athena Scientific, Belmont, MA, USA, 2003.

## Referências VII

- [BOAP08a] R. A. Borges, R. C. L. F. Oliveira, C. T. Abdallah, and P. L. D. Peres.

$\mathcal{H}_\infty$  gain scheduling for discrete-time systems with control delays and time-varying parameters: A BMI approach.

In *Proceedings of the 2008 American Control Conference*, pages 3088–3093, Seattle, WA, USA, June 2008.

- [BOAP08b] R. A. Borges, R. C. L. F. Oliveira, C. T. Abdallah, and P. L. D. Peres.

$\mathcal{H}_\infty$  filtering of time-varying systems with bounded rates of variation.

In *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 1678–1683, Cancun, Mexico, December 2008.

## Referências VIII

- [BOAP09] R. A. Borges, R. C. L. F. Oliveira, C. T. Abdallah, and P. L. D. Peres.  
 $\mathcal{H}_\infty$  filtering of networked systems with time-varying sampling rates.  
In *Proceedings of the 2009 American Control Conference*, pages 3372–3377, St. Louis, MO, USA, June 2009.
- [BOAP10] R. A. Borges, R. C. L. F. Oliveira, C. T. Abdallah, and P. L. D. Peres.  
 $\mathcal{H}_\infty$  filtering for discrete-time linear systems with bounded time-varying parameters.  
*Signal Processing*, 90(1):282–291, January 2010.

## Referências IX

- [BOdP18] A. L. J. Bertolin, R. C. L. F. Oliveira, M. C. de Oliveira, and P. L. D. Peres.

LMI-based stability tests for LPV and switched discrete-time linear systems through redundant equations.

*In Proceedings of the Joint 9th IFAC Symposium on Robust Control Design (ROCOND'18), and 2nd IFAC Workshop on Linear Parameter Varying Systems (LPVS'18)*, pages 531–536, Florianopolis, Brazil, September 2018.

- [BOMP06] P.-A. Bliman, R. C. L. F. Oliveira, V. F. Montagner, and P. L. D. Peres.

Existence of homogeneous polynomial solutions for parameter-dependent linear matrix inequalities with parameters in the simplex.

*In Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 1486–1491, San Diego, CA, USA, December 2006.

## Referências X

- [BPG89] J. Bernussou, P. L. D. Peres, and J. C. Geromel.  
A linear programming oriented procedure for quadratic stabilization of uncertain systems.  
*Systems & Control Letters*, 13(1):65–72, July 1989.
- [BSU93] R. Bambang, E. Shimemura, and K. Uchida.  
Mixed  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control with pole placement: state feedback case.  
In *Proceedings of the 1993 American Control Conference*, volume 3, pages 2777–2779, San Francisco, CA, June 1993.
- [BV04] S. Boyd and L. Vandenberghe.  
*Convex Optimization*.  
Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2004.
- [CG96] M. Chilali and P. Gahinet.  
 $\mathcal{H}_\infty$  design with pole placement constraints: an LMI approach.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(3):358–367, March 1996.

## Referências XI

- [CGA99] M. Chilali, P. Gahinet, and P. Apkarian.  
Robust pole placement in LMI regions.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(12):2257–2270,  
December 1999.
- [CGTV05] G. Chesi, A. Garulli, A. Tesi, and A. Vicino.  
Polynomially parameter-dependent Lyapunov functions for robust  
stability of polytopic systems: An LMI approach.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(3):365–370, March  
2005.
- [CGTV07] G. Chesi, A. Garulli, A. Tesi, and A. Vicino.  
Robust stability of time-varying polytopic systems via  
parameter-dependent homogeneous Lyapunov functions.  
*Automatica*, 43(2):309–316, February 2007.
- [Che99] C. T. Chen.  
*Linear System Theory and Design*.  
Oxford University Press, New York, NY, USA, 3rd edition, 1999.

## Referências XII

- [Che08] G. Chesi.  
On the non-conservatism of a novel LMI relaxation for robust analysis of polytopic systems.  
*Automatica*, 44(11):2973–2976, 2008.
- [CT99] C. A. R. Crusius and A. Trofino.  
Sufficient LMI conditions for output feedback control problems.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(5):1053–1057, May 1999.
- [DB01] J. Daafouz and J. Bernussou.  
Parameter dependent Lyapunov functions for discrete time systems with time varying parameter uncertainties.  
*Systems & Control Letters*, 43(5):355–359, August 2001.
- [dBG99] M. C. de Oliveira, J. Bernussou, and J. C. Geromel.  
A new discrete-time robust stability condition.  
*Systems & Control Letters*, 37(4):261–265, July 1999.

## Referências XIII

- [dBT06] C. E. de Souza, K. A. Barbosa, and A. Trofino.  
Robust  $\mathcal{H}_\infty$  filtering for discrete-time linear systems with uncertain time-varying parameters.  
*IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(6):2110–2118, June 2006.
- [dBT07] C. E. de Souza, K. A. Barbosa, and A. Trofino.  
Robust filtering for linear systems with convex-bounded uncertain time-varying parameters.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(6):1132–1138, June 2007.
- [DCO<sup>+</sup>09] J. De Caigny, J. F. Camino, R. C. L. F. Oliveira, P. L. D. Peres, and J. Swevers.  
Gain-scheduled  $\mathcal{H}_\infty$ -control for discrete-time polytopic LPV systems using homogeneous polynomially parameter-dependent Lyapunov functions.  
*In Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Robust Control Design (ROCOND 2009)*, pages 19–24, Haifa, Israel, June 2009.



## Referências XIV

- [DFT92] J. C. Doyle, B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum.  
*Feedback Control Theory*.  
Macmillan Publishing Company, New York, NY, USA, 1992.
- [dG03] M. C. de Oliveira and J. C. Geromel.  
 $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  robust nonrational filtering for linear delay systems.  
In *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, volume 6, pages 6038–6043, Maui, HI, USA, December 2003.
- [dGB00] M. C. de Oliveira, J. C. Geromel, and J. Bernussou.  
Design of dynamic output feedback decentralized controllers via a separation procedure.  
*International Journal of Control*, 73(5):371–381, March 2000.
- [dGB02] M. C. de Oliveira, J. C. Geromel, and J. Bernussou.  
Extended  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  characterization and controller parametrizations for discrete-time systems.  
*International Journal of Control*, 75(9):666–679, June 2002.

## Referências XV

- [dGH99] M. C. de Oliveira, J. C. Geromel, and L. Hsu.  
LMI characterization of structural and robust stability: The discrete-time case.  
*Linear Algebra and Its Applications*, 296(1–3):27–38, June 1999.
- [DGKF89] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. Francis.  
State space solutions to the standard  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  control problems.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(8):831–847, August 1989.
- [dOL<sup>+</sup>02] P. J. de Oliveira, R. C. L. F. Oliveira, V. J. S. Leite, V. F. Montagner, and P. L. D. Peres.  
LMI based robust stability conditions for linear uncertain systems: A numerical comparison.  
*In Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, pages 644–649, Las Vegas, NV, USA, December 2002.

## Referências XVI

- [dOL<sup>+</sup>03] P. J. de Oliveira, R. C. L. F. Oliveira, V. J. S. Leite, V. F. Montagner, and P. L. D. Peres.  
 *$\mathcal{H}_\infty$  guaranteed cost computation by means of parameter dependent Lyapunov functions.*  
*In Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Robust Control Design (ROCOND 2003)*, volume 1, pages 19–24, Milan, Italy, 2003.
- [dOL<sup>+</sup>04a] P. J. de Oliveira, R. C. L. F. Oliveira, V. J. S. Leite, V. F. Montagner, and P. L. D. Peres.  
 *$\mathcal{H}_2$  guaranteed cost computation by means of parameter dependent Lyapunov functions.*  
*International Journal of Systems Science*, 35(5):305–315, April 2004.
- [dOL<sup>+</sup>04b] P. J. de Oliveira, R. C. L. F. Oliveira, V. J. S. Leite, V. F. Montagner, and P. L. D. Peres.  
 *$\mathcal{H}_\infty$  guaranteed cost computation by means of parameter dependent Lyapunov functions.*  
*Automatica*, 40(6):1053–1061, June 2004.

## Referências XVII

- [dOP08] M. C. de Oliveira, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
Robust  $\mathcal{H}_\infty$  performance using lifted polynomial  
parameter-dependent Lyapunov functions.  
*International Journal of Control*, 81(7):1089–1101, July 2008.
- [dOP10] M. C. de Oliveira, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
A new method for robust Schur stability analysis.  
*International Journal of Control*, 83(10):2181–2192, October 2010.
- [dPP01] C. E. de Souza, R. M. Palhares, and P. L. D. Peres.  
Robust  $\mathcal{H}_\infty$  filter design for uncertain linear systems with multiple  
time-varying state delays.  
*IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(3):569–576, March  
2001.

## Referências XVIII

- [dS01] M. C. de Oliveira and R. E. Skelton.  
Stability tests for constrained linear systems.  
In S. O. Reza Moheimani, editor, *Perspectives in Robust Control*, volume 268 of *Lecture Notes in Control and Information Science*, pages 241–257. Springer-Verlag, New York, NY, 2001.
- [dT00] C. E. de Souza and A. Trofino.  
A linear matrix inequality approach to the design of robust  $\mathcal{H}_2$  filters.  
In L. El Ghaoui and S. I. Niculescu, editors, *Advances in Linear Matrix Inequality Methods in Control*, *Advances in Design and Control*, pages 175–185. SIAM, Philadelphia, PA, 2000.
- [dT06] C. E. de Souza and A. Trofino.  
Gain-scheduled  $\mathcal{H}_2$  controller synthesis for linear parameter varying systems via parameter-dependent Lyapunov functions.  
*International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 16(5):243–257, March 2006.

## Referências XIX

- [DY07] J. Dong and G.-H. Yang.  
Static output feedback control synthesis for linear systems with time-invariant parametric uncertainties.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(10):1930–1936, October 2007.
- [DZZM06] Z. S. Duan, J. X. Zhang, C. S. Zhang, and E. Mosca.  
Robust  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  filtering for uncertain linear systems.  
*Automatica*, 42(11):1919–1926, November 2006.
- [EH04] Y. Ebihara and T. Hagiwara.  
New dilated LMI characterizations for continuous-time multiobjective controller synthesis.  
*Automatica*, 40(11):2003–2009, November 2004.

## Referências XX

- [FOP16] A. Felipe, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
An iterative LMI based procedure for robust stabilization of continuous-time polytopic systems.  
*In Proceedings of the 2016 American Control Conference*, pages 3826–3831, Boston, MA, USA, July 2016.
- [Fra87] B. A. Francis.  
*A Course in  $\mathcal{H}_\infty$  Control Theory*, volume 88 of *Lectures Notes in Control and Information Sciences*.  
Springer-Verlag, New York, NY, USA, 1987.
- [GA94] P. Gahinet and P. Apkarian.  
A linear matrix inequality approach to  $\mathcal{H}_\infty$  control.  
*International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 4(4):421–448, July-August 1994.

## Referências XXI

- [Gan59] F. R. Gantmacher.  
*The Theory of Matrices.*  
Chelsea Publishing Company, New York, NY, 1959.
- [GB95] G. Garcia and J. Bernussou.  
Pole assignment for uncertain systems in a specified disk by state-feedback.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(1):184–190, January 1995.
- [GB96] G. Garcia and J. Bernussou.  
Pole assignment for uncertain systems in a specified disk by output feedback.  
*Mathematics of Control Signals and Systems*, 9(2):152–161, 1996.



## Referências XXII

- [GBd99] J. C. Geromel, J. Bernussou, and M. C. de Oliveira.  
 $\mathcal{H}_2$ -norm optimization with constrained dynamic output feedback controllers: Decentralized and reliable control.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(7):1449–1454, July 1999.
- [GBGd00] J. C. Geromel, J. Bernussou, G. Garcia, and M. C. de Oliveira.  
 $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  robust filtering for discrete-time linear systems.  
*SIAM Journal on Control and Optimization*, 38(5):1353–1368, May 2000.
- [GBP94] J. C. Geromel, J. Bernussou, and P. L. D. Peres.  
Decentralized control through parameter space optimization.  
*Automatica*, 30(10):1565–1578, October 1994.
- [GC06] J. C. Geromel and P. Colaneri.  
Stability and stabilization of discrete time switched systems.  
*International Journal of Control*, 79(7):719–728, July 2006.

## Referências XXIII

- [Gd01] J. C. Geromel and M. C. de Oliveira.  
 $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  robust filtering for convex bounded uncertain systems.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(1):100–107, January 2001.
- [GdB02] J. C. Geromel, M. C. de Oliveira, and J. Bernussou.  
Robust filtering of discrete-time linear systems with parameter dependent Lyapunov functions.  
*SIAM Journal on Control and Optimization*, 41(3):700–711, 2002.
- [GdH98] J. C. Geromel, M. C. de Oliveira, and L. Hsu.  
LMI characterization of structural and robust stability.  
*Linear Algebra and Its Applications*, 285(1–3):69–80, December 1998.
- [GdS98] J. C. Geromel, C. C. de Souza, and R. E. Skelton.  
Static output feedback controllers: Stability and convexity.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(1):120–125, January 1998.

## Referências XXIV

- [Ger99] J. C. Geromel.  
Optimal linear filtering under parameter uncertainty.  
*IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(1):168–175, January 1999.
- [GK06] J. C. Geromel and R. H. Korogui.  
Analysis and synthesis of robust control systems using linear parameter dependent Lyapunov functions.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(12):1984–1989, December 2006.
- [GMC08] H. Gao, X. Meng, and T. Chen.  
A new design of robust  $H_2$  filters for uncertain systems.  
*Systems & Control Letters*, 57(7):585–593, July 2008.
- [GNLC95] P. Gahinet, A. Nemirovskii, A. J. Laub, and M. Chilali.  
*LMI Control Toolbox User's Guide*.  
The Math Works, Natick, MA, 1995.

## Referências XXV

- [GPB91] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and J. Bernussou.  
On a convex parameter space method for linear control design of uncertain systems.  
*SIAM Journal on Control and Optimization*, 29(2):381–402, March 1991.
- [GPS91] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and S. R. Souza.  
Quadratic stabilizability of linear uncertain systems with prescribed  $\mathcal{H}_\infty$  norm bounds.  
*In Proceedings of the 1st IFAC Symposium on Design Methods of Control Systems*, volume 1, pages 302–307, Zurich, Switzerland, 1991.
- [GPS92] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and S. R. Souza.  
Mixed  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control for continuous-time linear systems.  
*In Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control*, volume 4, pages 3717–3722, Tucson, USA, 1992.

## Referências XXVI

- [GPS93a] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and S. R. Souza.  
Convex analysis of the output feedback structural constraint.  
*In Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control*, volume 2, pages 1363–1364, San Antonio, TX, USA, 1993.
- [GPS93b] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and S. R. Souza.  
 $\mathcal{H}_2$  guaranteed cost control for uncertain discrete-time linear systems.  
*International Journal of Control*, 57(4):853–864, April 1993.
- [GPS93c] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and S. R. Souza.  
Output feedback stabilization of uncertain systems throughout a Min/Max problem.  
*In Proceedings of the 12th IFAC World Congress*, volume 6, pages 35–38, Sidney, Australia, 1993.

## Referências XXVII

- [GPS94] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and S. R. Souza.  
 $\mathcal{H}_\infty$  guaranteed cost control for uncertain discrete-time linear systems.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(5):1072–1075, May 1994.
- [GPS95] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and S. R. Souza.  
A convex approach to the mixed  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control problem for discrete-time uncertain systems.  
*SIAM Journal on Control and Optimization*, 33(6):1816–1833, November 1995.
- [GPS96] J. C. Geromel, P. L. D. Peres, and S. R. Souza.  
Convex analysis of output feedback control problems: Robust stability and performance.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(7):997–1003, July 1996.

## Referências XXVIII

- [GPTM06] E. N. Gonçalves, R. M. Palhares, R. H. C. Takahashi, and R. C. Mesquita.  
New approach to robust  $\mathcal{D}$ -stability analysis of linear time-invariant systems with polytope-bounded uncertainty.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(10):1709–1714, October 2006.
- [HAPL04] D. Henrion, D. Arzelier, D. Peaucelle, and J. B. Lasserre.  
On parameter-dependent Lyapunov functions for robust stability of linear systems.  
*In Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 887–892, Paradise Island, Bahamas, December 2004.
- [HB76] H. P. Horisberger and P. R. Belanger.  
Regulators for linear, time invariant plants with uncertain parameters.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 21:705–708, 1976.

## Referências XXIX

- [HB92] W. M. Haddad and D. S. Bernstein.  
Controller design with regional pole constraints.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(1):54–69, January 1992.
- [HJ85] R. A. Horn and C. R. Johnson.  
*Matrix Analysis*.  
Cambridge University Press, Cambridge, MA, USA, 1985.
- [HJ91] R. A. Horn and C. R. Johnson.  
*Topics in Matrix Analysis*.  
Cambridge University Press, Cambridge, MA, USA, 1991.
- [INR03] INRIA.  
*Scilab User Guide*, 2003.  
<http://scilabsoft.inria.fr/>.



## Referências XXX

- [IS94] T. Iwasaki and R. E. Skelton.  
All controllers for the general  $\mathcal{H}_\infty$  control problem: LMI existence conditions and state-space formulas.  
*Automatica*, 30(8):1307–1317, August 1994.
- [KKR93] I. Kaminer, P. P. Khargonekar, and M. A. Rotea.  
Mixed  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control for discrete-time systems via convex optimization.  
*Automatica*, 29(1):57–70, January 1993.
- [KR91] P. P. Khargonekar and M. A. Rotea.  
Mixed  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control: a convex optimization approach.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(7):824–837, July 1991.

## Referências XXXI

- [LA08] J. Lavaei and A. G. Aghdam.  
Robust stability of LTI systems over semialgebraic sets using sum-of-squares matrix polynomials.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(1):417–423, February 2008.
- [Las01] J. B. Lasserre.  
Global optimization with polynomials and the problem of moments.  
*SIAM Journal on Control and Optimization*, 11(3):796–817, February 2001.
- [LD06] J.-W. Lee and G. E. Dullerud.  
Uniform stabilization of discrete-time switched and Markovian jump linear systems.  
*Automatica*, 42(2):205–218, February 2006.

## Referências XXXII

- [Lee06] J.-W. Lee.  
On uniform stabilization of discrete-time linear parameter-varying control systems.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(10):1714–1721, October 2006.
- [LMd<sup>+</sup>04] V. J. S. Leite, V. F. Montagner, P. J. de Oliveira, R. C. L. F. Oliveira, D. C. W. Ramos, and P. L. D. Peres.  
Estabilidade robusta de sistemas lineares através de desigualdades matriciais lineares.  
*SBA: Controle & Automação*, 15(1):24–40, Janeiro/Março 2004.
- [Löf04] J. Löfberg.  
YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB.  
*In Proceedings of the 2004 IEEE International Symposium on Computer Aided Control Systems Design*, pages 284–289, Taipei, Taiwan, September 2004.  
<http://yalmip.github.io>.

- [LOP11] M. J. Lacerda, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
Robust  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  filter design for uncertain linear systems via LMIs and polynomial matrices.  
*Signal Processing*, 91(5):1115–1122, May 2011.
- [LP03] V. J. S. Leite and P. L. D. Peres.  
An improved LMI condition for robust  $\mathcal{D}$ -stability of uncertain polytopic systems.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(3):500–504, March 2003.
- [Lya92] A. M. Lyapunov.  
The general problem of the stability of motion.  
*International Journal of Control*, 55(3):531–534, 1992.

- [MBB04] D. Mehdi, E. K. Boukas, and O. Bachelier.  
Static output feedback design for uncertain linear discrete time systems.  
*IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 21(1):1–13, March 2004.
- [Mey00] C. Meyer.  
*Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*.  
SIAM, Philadelphia, PA, 2000.
- [MOP09] H. R. Moreira, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
Realimentação de saída robusta a partir de controladores dependentes de parâmetros para sistemas lineares incertos discretos no tempo.  
*In Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI 2009*, Brasília, DF, Brazil, September 2009.

- [MOPB09] V. F. Montagner, R. C. L. F. Oliveira, P. L. D. Peres, and P.-A. Bliman.  
Stability analysis and gain-scheduled state feedback control for continuous-time systems with bounded parameter variations.  
*International Journal of Control*, 82(6):1045–1059, June 2009.
- [MP04] V. F. Montagner and P. L. D. Peres.  
Robust stability and  $\mathcal{H}_\infty$  performance of linear time-varying systems in polytopic domains.  
*International Journal of Control*, 77(15):1343–1352, October 2004.
- [OBP08a] R. C. L. F. Oliveira, P.-A. Bliman, and P. L. D. Peres.  
LMIs robustas com parâmetros em um multi-simplex: Existência de soluções e aplicações em estabilidade de sistemas lineares.  
*In Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática*, Juiz de Fora, MG, Brasil, September 2008.

- [OBP08b] R. C. L. F. Oliveira, P.-A. Bliman, and P. L. D. Peres.  
Robust LMIs with parameters in multi-simplex: Existence of solutions and applications.  
*In Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2226–2231, Cancun, Mexico, December 2008.
- [OdP08] R. C. L. F. Oliveira, M. C. de Oliveira, and P. L. D. Peres.  
Convergent LMI relaxations for robust analysis of uncertain linear systems using lifted polynomial parameter-dependent Lyapunov functions.  
*Systems & Control Letters*, 57(8):680–689, August 2008.
- [OdP09] R. C. L. F. Oliveira, M. C. de Oliveira, and P. L. D. Peres.  
A special time-varying Lyapunov function for robust stability analysis of LPV systems with bounded parameter variation.  
*IET Control Theory & Applications*, 3(10):1448–1461, October 2009.

## Referências XXXVII

- [Ois07] Y. Oishi.  
Asymptotic exactness of parameter-dependent Lyapunov functions:  
An error bound and exactness verification.  
*In Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 5666–5671, New Orleans, LA, USA, December 2007.
- [OP06] R. C. L. F. Oliveira and P. L. D. Peres.  
LMI conditions for robust stability analysis based on polynomially  
parameter-dependent Lyapunov functions.  
*Systems & Control Letters*, 55(1):52–61, January 2006.
- [OP07] R. C. L. F. Oliveira and P. L. D. Peres.  
Parameter-dependent LMIs in robust analysis: Characterization of  
homogeneous polynomially parameter-dependent solutions via LMI  
relaxations.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(7):1334–1340, July  
2007.



## Referências XXXVIII

- [OP08] R. C. L. F. Oliveira and P. L. D. Peres.  
A convex optimization procedure to compute  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  norms for uncertain linear systems in polytopic domains.  
*Optimal Control Applications and Methods*, 29(4):295–312, July/August 2008.
- [OP09] R. C. L. F. Oliveira and P. L. D. Peres.  
Time-varying discrete-time linear systems with bounded rates of variation: Stability analysis and control design.  
*Automatica*, 45(11):2620–2626, November 2009.
- [OP10] R. C. L. F. Oliveira and P. L. D. Peres.  
Análise e controle de sistemas lineares por meio de desigualdades matriciais lineares.  
In A. P. Feltrin, C. R. Minussi, M. C. M. Teixeira, and R. A. R. Lázaro, editors, *Tutoriais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática*, pages 203–229. Cultura Acadêmica, São Paulo, 2010.

## Referências XXXIX

- [PA01] D. Peaucelle and D. Arzelier.  
Robust performance analysis with LMI-based methods for real parametric uncertainty via parameter-dependent Lyapunov functions.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(4):624–630, April 2001.
- [PABB00] D. Peaucelle, D. Arzelier, O. Bachelier, and J. Bernussou.  
A new robust  $\mathcal{D}$ -stability condition for real convex polytopic uncertainty.  
*Systems & Control Letters*, 40(1):21–30, May 2000.
- [Par03] P. A. Parrilo.  
Semidefinite programming relaxations for semialgebraic problems.  
*Mathematical Programming: Series B*, 96(2):293–320, 2003.

## Referências XL

- [PdP01] R. M. Palhares, C. E. de Souza, and P. L. D. Peres.  
Robust  $\mathcal{H}_\infty$  filtering for uncertain discrete-time state-delayed systems.  
*IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(8):1096–1703, August 2001.
- [PDSV09] G. Pipeleers, B. Demeulenaere, J. Swevers, and L. Vandenberghe.  
Extended LMI characterizations for stability and performance of linear systems.  
*Systems & Control Letters*, 58(7):510–518, July 2009.
- [Per89] P. L. D. Peres.  
*Sur la robustesse des systèmes linéaire : Approche par programmation linéaire.*  
PhD thesis, Université Paul Sabatier — LAAS/CNRS, Toulouse, France, 1989.

## Referências XLI

- [PG93] P. L. D. Peres and J. C. Geromel.  
 *$\mathcal{H}_2$  control for discrete-time systems: optimality and robustness.*  
*Automatica*, 29(1):225–228, January 1993.
- [PG07] R. M. Palhares and E. N. Gonçalves.  
Desigualdades matriciais lineares em controle.  
In L. A. Aguirre, editor, *Enciclopédia de Automática: Controle e Automação*, volume 1, pages 155–195. Editora Edgard Blücher LTDA, São Paulo, 2007.
- [PGA91] P. L. D. Peres, J. C. Geromel, and A. M. K. Almutla.  
Quadratic stabilizability of linear uncertain systems by linear output feedback.  
In *Proceedings of the 1991 European Control Conference*, pages 2262–2265, Grenoble, France, 1991.

## Referências XLII

- [PGS91] P. L. D. Peres, J. C. Geromel, and S. R. Souza.  
Convex analysis of discrete-time uncertain  $\mathcal{H}_\infty$  control problem.  
*In Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 1, pages 521–526, Brighton, UK, 1991.
- [PGS93a] P. L. D. Peres, J. C. Geromel, and S. R. Souza.  
 $\mathcal{H}_\infty$  guaranteed cost control for uncertain continuous-time linear systems.  
*Systems & Control Letters*, 20(6):413–418, June 1993.
- [PGS93b] P. L. D. Peres, J. C. Geromel, and S. R. Souza.  
 $\mathcal{H}_\infty$  robust control by static output feedback.  
*In Proceedings of the 1993 American Control Conference*, volume 1, pages 620–621, San Francisco, CA, USA, 1993.

## Referências XLIII

- [PGS93c] P. L. D. Peres, J. C. Geromel, and S. R. Souza.  
Optimal  $\mathcal{H}_2$  control by output feedback.  
*In Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control*, volume 1, pages 102–107, San Antonio, USA, 1993.
- [PGS94a] P. L. D. Peres, J. C. Geromel, and S. R. Souza.  
 $\mathcal{H}_2$  output feedback control for discrete-time systems.  
*In Proceedings of the 1994 American Control Conference*, volume 3, pages 2429–2433, Baltimore, MD, USA, 1994.
- [PGS94b] P. L. D. Peres, J. C. Geromel, and S. R. Souza.  
Optimal  $\mathcal{H}_\infty$  state feedback control for continuous-time linear systems.  
*Journal of Optimization Theory and Applications*, 82(2):343–359, August 1994.

## Referências XLIV

- [PGU94] P. L. D. Peres, G. Guaitoli, and C. K. Umezú.  
Mixed  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control of uncertain continuous-time systems with regional pole constraints.  
*In Proceedings of the 1st IFAC Symposium on Robust Control Design*, volume 1, pages 98–103, Rio de Janeiro, Brazil, 1994.
- [PP99a] R. M. Palhares and P. L. D. Peres.  
Robust  $\mathcal{H}_\infty$  filtering design with pole constraints for discrete-time systems: an LMI approach.  
*In Proceedings of the 1999 American Control Conference*, volume 1, pages 4418–4422, San Diego, CA, USA, June 1999.
- [PP99b] R. M. Palhares and P. L. D. Peres.  
Robust  $\mathcal{H}_\infty$  filtering design with pole placement constraint via LMIs.  
*Journal of Optimization Theory and Applications*, 102(2):239–261, August 1999.

## Referências XLV

- [PP00] R. M. Palhares and P. L. D. Peres.  
Robust filtering with guaranteed energy-to-peak performance — an LMI approach.  
*Automatica*, 36(6):851–858, June 2000.
- [PS95a] P. L. D. Peres and S. R. Souza.  
 $\mathcal{H}_\infty$  decentralized output feedback control for discrete-time uncertain systems.  
*In Proceedings of the 1995 American Control Conference*, volume 4, pages 2926–2930, Seattle, WA, USA, 1995.
- [PS95b] P. L. D. Peres and S. R. Souza.  
Mixed  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  decentralized output feedback control for continuous-time uncertain systems.  
*In Proceedings of the IFAC/IFORS/IMACS Symposium — Large Scale Systems: Theory and Applications*, volume 2, pages 569–574, London, UK, 1995.



## Referências XLVI

- [PSG94] P. L. D. Peres, S. R. Souza, and J. C. Geromel.  
 $\mathcal{H}_\infty$  control design by static output feedback.  
In *Proceedings of the 1st IFAC Symposium on Robust Control Design*, volume 1, pages 243–248, Rio de Janeiro, Brazil, 1994.
- [PTP97] R. M. Palhares, R. H. C. Takahashi, and P. L. D. Peres.  
 $\mathcal{H}_\infty$  and  $\mathcal{H}_2$  guaranteed costs computation for uncertain linear systems.  
*International Journal of Systems Science*, 28(2):183–188, February 1997.
- [PUG94] P. L. D. Peres, C. K. Umezue, and G. Guaitoli.  
 $\mathcal{H}_2$  control of uncertain discrete-time systems with regional pole constraints.  
In *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, volume 1, pages 565–570, Lake Buena Vista, FL, USA, December 1994.

- [ROC15] L. A. Rodrigues, R. C. L. F. Oliveira, and J. F. Camino.  
New extended LMI characterization for state feedback control of continuous-time uncertain linear systems.  
*In Proceedings of the 2015 European Control Conference, pages 1992–1997, Linz, Austria, July 2015.*
- [RP01a] D. C. W. Ramos and P. L. D. Peres.  
A less conservative LMI condition for the robust stability of discrete-time uncertain systems.  
*Systems & Control Letters, 43(5):371–378, August 2001.*
- [RP01b] D. C. W. Ramos and P. L. D. Peres.  
An LMI approach to compute robust stability domains for uncertain linear systems.  
*In Proceedings of the 2001 American Control Conference, volume 1, pages 4073–4078, Arlington, VA, USA, June 2001.*

## Referências XLVIII

- [RP02] D. C. W. Ramos and P. L. D. Peres.  
An LMI condition for the robust stability of uncertain continuous-time linear systems.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(4):675–678, April 2002.
- [RS00] W. J. Rugh and J. S. Shamma.  
Research on gain scheduling.  
*Automatica*, 36(10):1401–1425, October 2000.
- [SA91] J. S. Shamma and M. Athans.  
Guaranteed properties of gain scheduled control for linear parameter-varying plants.  
*Automatica*, 27(3):559–564, 1991.
- [SADG97] V. L. Syrmos, C. T. Abdallah, P. Dorato, and K. Grigoriadis.  
Static output feedback – A survey.  
*Automatica*, 33(2):125–137, February 1997.

## Referências XLIX

- [Sch90] C. Scherer.  
 *$\mathcal{H}_\infty$ -control by state-feedback and fast algorithms for the computation of optimal  $\mathcal{H}_\infty$ -norms.*  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(10):1090–1099, October 1990.
- [Sch06] C. W. Scherer.  
LMI relaxations in robust control.  
*European Journal of Control*, 12(1):3–29, January–February 2006.
- [SGC97] C. Scherer, P. Gahinet, and M. Chilali.  
Multiobjective output-feedback control via LMI optimization.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(7):896–911, July 1997.
- [SH06] C. W. Scherer and C. W. J. Hol.  
Matrix sum-of-squares relaxations for robust semi-definite programs.  
*Mathematical Programming: Series B*, 107(1–2):189–211, June 2006.

- [Sha01] U. Shaked.  
Improved LMI representations for the analysis and the design of continuous-time systems with polytopic type uncertainty.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(4):652–656, April 2001.
- [SIG98] R. E. Skelton, T. Iwasaki, and K. Grigoriadis.  
*A Unified Algebraic Approach to Linear Control Design*.  
Taylor & Francis, Bristol, PA, 1998.
- [SR00] D. J. Stilwell and W. J. Rugh.  
Stability preserving interpolation methods for the synthesis of gain scheduled controllers.  
*Automatica*, 36(5):665–671, May 2000.
- [Str88] G. Strang.  
*Linear Algebra and Its Applications*.  
Saunders, 3rd edition, 1988.

## Referências LI

- [Str03] G. Strang.  
*Introduction to Linear Algebra*.  
Wellesley-Cambridge Press, 3rd edition, 2003.
- [Stu99] J. F. Sturm.  
Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones.  
*Optimization Methods and Software*, 11(1–4):625–653, 1999.  
<http://sedumi.ie.lehigh.edu/>.
- [Td01] A. Trofino and C. E. de Souza.  
Biquadratic stability of uncertain linear systems.  
*IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(8):1303–1307, August 2001.
- [VB00] J. G. VanAntwerp and R. D. Braatz.  
A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities.  
*Journal of Process Control*, 10(4):363–385, August 2000.

## Referências LII

- [VOP15] H. S. Vieira, R. C. L. F. Oliveira, and P. L. D. Peres.  
Robust stabilization and  $\mathcal{H}_\infty$  control by means of state-feedback for polytopic linear systems using LMIs and scalar searches.  
*In Proceedings of the 2015 American Control Conference, pages 5966–5973, Chicago, IL, USA, July 2015.*
- [Wil71] J. C. Willems.  
Least squares stationary optimal control and algebraic Riccati equation.  
*IEEE Transactions on Automatic Control, AC-16(6):621–634, December 1971.*
- [ZD98] K. Zhou and J. C. Doyle.  
*Essentials of Robust Control.*  
Prentice Hall, New York, 1998.
- [ZDG96] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover.  
*Robust and Optimal Control.*  
Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 1996.