Lista 2017 – Parte II

2017.1 Programe as seguinte condições de estabilidade robusta para sistemas contínuos variantes no tempo com taxa de variação limitada

$$\begin{bmatrix} \dot{P}(\alpha) + F(\alpha)A(\alpha) + A(\alpha)'F(\alpha)' & P(\alpha) - F(\alpha) + A(\alpha)'G' \\ P(\alpha) + GA(\alpha) - F(\alpha)' & -G - G' \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad P(\alpha) = P(\alpha)' > 0$$

com $A(\alpha) = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2$, $P(\alpha) = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2$, $F(\alpha) = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2$, $(\alpha_1, \alpha_2) \in \Lambda_2$. Usando as condições programadas, determine o maior valor de γ que garante estabilidade a estabilidade robusta para

$$A(\alpha) = \alpha_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -22 & -2 \end{bmatrix}, \qquad |\dot{\alpha}_1| = |\dot{\alpha}_2| \leq \gamma$$

Deve ser apresentado o código e o valor de γ_{max}.

2017.2 Seja o sistema linear precisamente conhecido a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} -0.9 & 1 \\ 0 & 0.9 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} w(k) \\ z &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} x(k) + 2w(k) \\ y &= \begin{bmatrix} -1 & -3 \end{bmatrix} x(k) + 0w(k) \end{aligned}$$

Forneça o filtro $\mathcal{H}_\infty$ ótimo (4 casas de precisão), o valor da norma e o código utilizado para sintetizar o filtro.

2017.3 Usando as condições LMI do Lema 2 da aula 10, determine um ganho estabilizante $u(t) = Ly(t)$ para o sistema linear

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{1}$$

com as matrizes (A, B, C) dadas por: a) (2) b) (3) c) (4)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \ ; \ B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \ ; \ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -7 & 2 \\ 0 & -4 & -2 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \ ; \ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ ; \ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 7 \\ 3 & -2 & 0 \\ -3 & -4 & -1 \end{bmatrix} \ ; \ B = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \ ; \ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Apresente o ganho estabilizante (caso exista) e o código fonte do programa.

2017.4 Seja um sistema linear discreto no tempo com as seguintes matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 0 \\ -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Determine os controladores ótimos $\mathcal{H}_2$ e $\mathcal{H}_\infty$ de ordem completa. Deverão ser apresentadas as matrizes dos controladores (truncadas com 2 casas decimais), os valores das normas e os códigos fontes dos programas.

2017.5 Seja o sistema linear cujas matrizes (A, B) são dadas por

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 5 & 15 \\ 0 & -5 & 8 \\ 3 & 3 & -4 \end{bmatrix} \quad ; \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) Considerando o sistema contínuo no tempo, obtenha um ganho de realimentação de estados “cheio” e, se possível, um ganho descentralizado com a estrutura

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & k_{13} \\ 0 & k_{22} & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

que estabilizem o sistema, usando o Lema 1 da Aula 8.

(b) Repita, usando o Lema 5 com $\xi \in \{0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100\}$.

(c) Considerando o sistema como discreto no tempo, determine um ganho de realimentação de estados “cheio” e um ganho descentralizado (estrutura acima, se for possível), usando o Lema 9.

(d) Repita o item anterior usando a variável de folga G para sintetizar o ganho K (Lema 10).

Entregue o código fonte e apresente todos os ganhos sintetizados.